

23. Beschränktes Wachstum

Bei dem beschränkten Wachstum handelt es sich um einen speziellen Wachstumsprozess bei dem sich z.B. eine Population einer natürlichen Schranke S annähern. Bei Funktionen, die einen solchen Wachstumsprozess beschreiben, nimmt der Abstand, also die Differenzen, zwischen der Schranke S und dem Bestand zum Zeitpunkt t exponentiell ab.

Also gilt: $f(t) = S - c \cdot a^t$ bzw. $f(t) = S - c \cdot e^{k \cdot t}$
In e -Funktion umgewandelt
 $c = S - f(0) \rightarrow$ Schranke - Anfangsbestand
 $k = \ln(a)$, $k < 0$

Typische Aufgabenstellungen:

Die Bevölkerung eines Stammes kann durch beschränktes Wachstum mit der Schranke $S=1000$ dargestellt werden. Zu Beginn hat der Stamm 200 Bewohner, nach 5 Jahren sind es 600.

1.) Funktionsgleichung aufstellen:

2.) Funktionswerte berechnen:

→ Wie groß ist die Bevölkerung nach 8 Jahren?

3.) Wachstumsgeschwindigkeit:

→ Wie groß ist die Wachstumsgeschwindigkeit nach 4 Tagen?

→ Geschwindigkeit gesucht → Ableitung

Aufgabe:

Eine Ameisenpopulation kann durch beschränktes Wachstum mit der Schranke $S=100000$ dargestellt werden. Zu Beginn hat die Population 1300 Ameisen, nach 3 Jahren sind es bereits 25000!

1.) Stelle die zugehörige Funktionsgleichung der Form

$$f(x) = S - c \cdot e^{k \cdot t} \text{ auf!}$$

2.) Wie groß ist die Population nach 10 Jahren?

3.) Wie groß ist die Wachstumsgeschwindigkeit nach 15 Jahren?