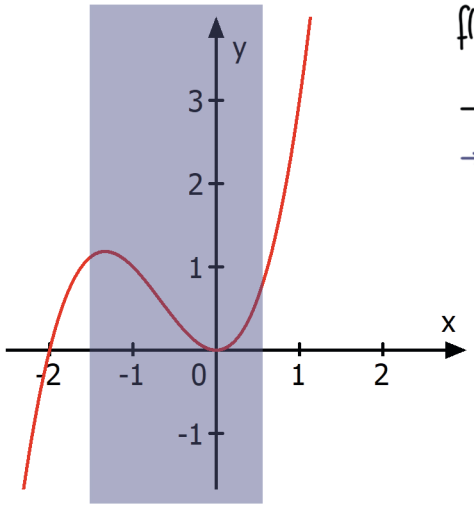
13. Die Randwerte

Randwerte können nur bei Funktionen auftreten, die Ränder besitzen. Dies ist dann der Fall, wenn nicht die komplette Funktion betrachtet wird, sondern lediglich ein Ausschnitt:

z.B. $x \in [-1;2]$ „x ist Element von..." → Es wird lediglich der Bereich zwischen -1 und 2 auf der x-Achse betrachtet! Der untere Rand ist also -1 und der obere Rand 2!

Randwerte können bei der Untersuchung von Extrema und Wendepunkten auftreten!

Bei Extrema



$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1,5; 0,5]$

→ HP$(-\frac{4}{3} \mid 1,2)$ und TP(0|0)

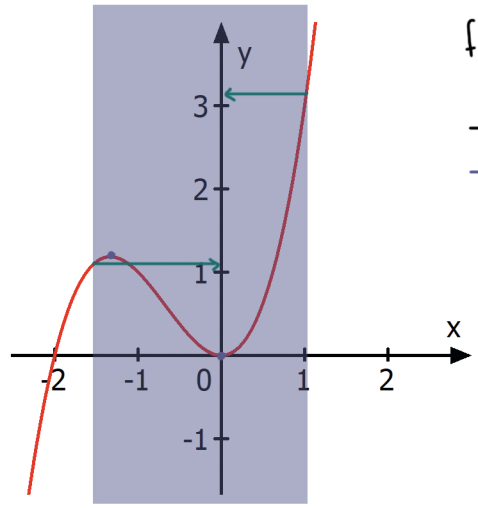
→ Randuntersuchung: unterer Rand und oberer Rand in die Funktion einsetzen.

$f(-1,5) = (-1,5)^3 + 2 \cdot (-1,5)^2 = 1,13$

Deutung: 1,13 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum.

$f(0,5) = 0,5^3 + 2 \cdot 0,5^2 = 0,625$

Deutung: 0,625 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum.



$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1,5; 1]$

→ HP$(-\frac{4}{3} \mid 1,2)$ und TP(0|0)

→ Randuntersuchung: unterer Rand und oberer Rand in die Funktion einsetzen

$f(-1,5) = (-1,5)^3 + 2 \cdot (-1,5)^2 = 1,13$

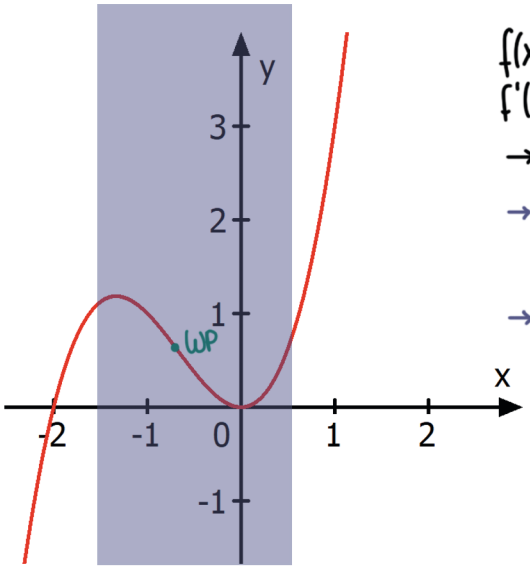
Deutung: 1,13 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum

$f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^3 = 3$

Deutung: 3 ist höher als die y-Koordinate des HP's → hier liegt ein Randextremum vor!

Bei Wendepunkten

Bei den Wendepunkten wird die Steigung in den WP's mit den Steigungen in den Rändern verglichen.



$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1,5; 0,5]$

$f'(x) = 3x^2 + 4x$

→ $WP(-0,67; 0,6)$

→ Steigung im WP:

$f'(-0,67) = 3 \cdot (-0,67)^2 + 4 \cdot (-0,67) = -1,3$

→ Steigung in den Rändern:

$f'(-1,5) = 3 \cdot (-1,5)^2 + 4 \cdot (-1,5) = 0,75$

$f'(0,5) = 3 \cdot (0,5)^2 + 4 \cdot (0,5) = 2,75$

Deutung: Im Wendepunkt ist die stärkste Abnahme. In der oberen Grenze die stärkste Zunahme!

Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion f(x). Bestimme das absolute Maximum bzw. das absolute Minimum!

1. $f(x) = -2x^2 + 4x, \quad x \in [0;3]$

Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion f(x). In welcher Stelle ist die Änderungsrate am größten?

1. $f(x) = x^3 + 6x^2, \quad x \in [-3;2]$

Randextrema | Randwerte mit Hoch- und Tiefpunkt:
https://youtu.be/zI2Jb2UdVaI

Stärkste Änderung mit Randüberprüfung | Randwerte:
https://youtu.be/hdL-WSqbN8U