37. Betrag

Allgemein:

→ Allgemein: $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

Beispiel:

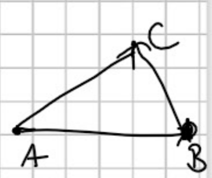
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 0 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Mithilfe des Betrages wird die Länge des jeweiligen Vektors berechnet. So kannst du damit zum Beispiel die Seitenlängen von Quadraten, Rechtecken, Pyramiden usw. berechnen!

Übung

Beispiel:

Die Punkte A, B und C sind die Eckpunkte eines Dreieck. Berechne die Seitenlängen! $A(1|2|1)$; $B(-1|0|3)$; $C(2|1|0)$



$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{AB}| = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{12}$

$\vec{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{BC}| = \sqrt{3^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{19}$ $\quad |\vec{AB}| = |\vec{BA}|$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{AC}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$

So ist der Vektor $\vec{v}$ eine Linearkombination der Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$.
Hierbei stehen $c_1, c_2, \dots, c_n$ für reellen Zahlen.

Beispiel:

$$3\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}+\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}-2\\4\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}3\\0\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\7\end{pmatrix}$$

Aufgabe:

Berechne die Linearkombination

$$-\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\-3\end{pmatrix}$$

Berechne:

$$-\begin{pmatrix}4\\1\\0\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}\pm(-5)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$$

$$-\begin{pmatrix}4\\1\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\4\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-5\\0\\-5\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-3\\3\\-3\end{pmatrix}$$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

39. Kollineare | Komplanare Vektoren

Kollineare Vektoren:

Zwei gegebene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind dann linear abhängig, wenn sie kollinear, also Vielfache voneinander sind! Dabei zeigen dann $\vec{a}$ und $\vec{b}$ in die selbe Richtung und sind somit parallel.
Um rechnerisch zu überprüfen, ob zwei gegebene Vektoren kollinear sind, schaust du, ob es eindeutig eine Zahl c gibt, mit der du einen der beiden Vektoren multiplizierst, so dass der andere Veltor heraus kommt:

$$c \cdot \vec{r_1} = \vec{r_2}$$

$$c \cdot \vec{a} = \vec{b}$$

Beispiel:

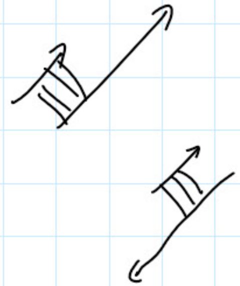
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$c \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}$$

I $c = -2$ $\qquad -2 = (-1)\cdot 2$

II $-3c = 6 \quad |:(-3) \rightarrow c = -2$

III $4c = -8 \quad |:4 \rightarrow c = -2$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$c \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

I $c = 2$

II $0_c = 1$

III $3c = 6 \quad |:3$

↯

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

nmt:

$\vec{a} = \begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix}2\\1\\6\end{pmatrix}$

$c \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\\6\end{pmatrix}$

I $c = 2$

II $0 = 1$

III $3c = 6 \mid :3$

$c = 2$

↯

$c \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}2\\0\\6\end{pmatrix}$

I $c = 2$

II $\boxed{0 = 0}$

III $3c = 6 \mid :3$

$c = \cancel{4}\, 2$

$\vec{x}$ $\begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix} +$

I $2 = 2$ ✓

II

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$c = 2$

$\boxed{0 = 0}$

$3c = 6 \quad | : 3$

$c = 2$

$$\vec{x}: \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

I $\quad 2 = 2$ ✓

II

-1

$-3 = -1 \cdot 3$

$-0{,}5$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

\+ Seite

Seite 1

Komplanare Vektoren:

Drei Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sind komplanar, wenn sich einer von ihnen als Linearkombination der beiden anderen darstellen lässt, z.B.

$$\vec{a} = r \cdot \vec{b} + s \cdot \vec{c}$$

$$r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} = \vec{c}$$

Beispiel:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

I $1 = r + 3s$

II $2 = 2s \quad | :2 \Rightarrow 1 = s$

III $-1 = 3r + 5s$

s in I

$1 = r + 3 \cdot 1$

$1 = r + 3 \quad | -3$

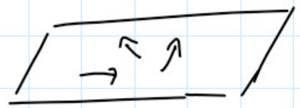
$-2 = r$

Probe in III

$-1 = 3 \cdot (-2) + 5 \cdot 1$

$-1 = -6 + 5$

$-1 = -1$ ✓



Prüfe, ob die Vektoren komplan…

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{c} = ($$

$$\vec{a} = r \cdot \vec{b} + s \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

I $1 = r \longrightarrow r = 1$

II $2 = -1r + 6s$

$|:2 \Rightarrow 1 = s$

III

$) + s \cdot 1$

$+s$ ✓

Prüfe, ob die Vektoren komplanar sind:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = r \cdot \vec{b} + s \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{I} \quad 1 = r \quad \rightarrow \quad r = 1$$
$$\text{II} \quad 2 = -1r + 6s$$
$$\text{III} \quad -1 = -3s \; |:(-3) \quad \rightarrow \quad s = \frac{1}{3}$$

Probe in II

$$2 = -1 \cdot 1 + 6 \cdot \frac{1}{3}$$
$$2 = -1 + 2$$
$$2 = 1 \; ↯$$

OneNote für Windows 10 Jennifer Heidenreich

Start Einfügen Zeichnen Ansicht Hilfe Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) Teilen

Navigationsbereiche Neues Fenster Plastischer Reader Seitenfarbe Hilfslinien Gelöschte Notizen Übersetzen Barrierefreiheit überprüfen Wiedergeben Autoren ausblenden

Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

$1 : 2 \Rightarrow 1 = s$

III

$)+5\cdot 1$

$+5$ ✓

Prüfe, ob die Vektoren komplanar sind:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = r\cdot\vec{b} + s\cdot\vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = r\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{I}\quad 1 = r \quad \longrightarrow \quad r = 1$

$\mathrm{II}\quad 2 = -1r + 6s$

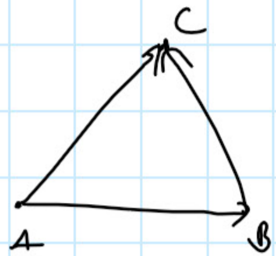
$\mathrm{III}\quad -1 = -3s \quad |:(-3) \quad \longrightarrow \quad s = \frac{1}{3}$

Probe in II

$$2 = -1\cdot 1 + 6\cdot\frac{1}{3}$$
$$2 = -1 + 2$$
$$2 = 1 \ \text{↯}$$

→ Prüfe, ob die Punkte ein rechtwinkliges △ bilden:

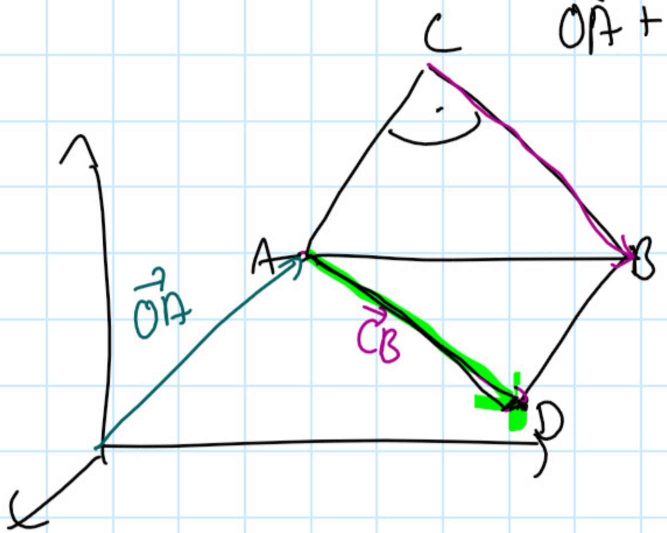
A(1/1/2), B(2/2/3), C(3/1/0)



→ Wenn ja berechne den FI $\frac{Kat\,1 \cdot Kat\,2}{2}$

→ Bestimme den Punkt D so, dass ABCD ein Rechteck bilden

$\vec{OA} + \vec{CB}$



1.

$A(1|1|2)$, $B(2|2|3)$, $C(3|1|0)$

1.) Seitenvektoren:

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\-3\end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\\-2\end{pmatrix}$$

2.) Längen

$$|\vec{AB}| = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3} \approx 1{,}73$$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{1^2+(-1)^2+(-3)^2} = \sqrt{11} \approx 3{,}31$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{2^2+0^2+(-2)^2} = \sqrt{8} \approx 2{,}82$$

1. Skalar:

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1\\-1\\-3\end{pmatrix}$$

$$= 1\cdot 1 + 1\cdot(-1) + 1\cdot(-3)$$

$$= 1 - 1 - 3 = -3 ↯$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix}1\\ \ldots\end{pmatrix} \begin{pmatrix}2\\ \ldots\end{pmatrix}$$

2. Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\text{Kat}_1^2 + \text{Kat}_2^2 = \text{Hyp}^2$$

$$\sqrt{3}^2 + \sqrt{8}^2 = \sqrt{11}^2$$

$$3 + 8 = 11$$

$$\alpha = 90^\circ$$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

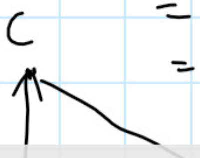
$$|\vec{AC}| = \sqrt{2^2+0^2+(-2)^2} = \sqrt{8} \approx 2{,}82$$

1. Skalar:

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$
$$= 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-3)$$
$$= 1 - 1 - 3 = -3 \text{ ↯}$$

$$\vec{BC} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$
$$= 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 + (-3) \cdot (-2)$$
$$= 2 + 0 + 6 = 8 \text{ ↯}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$
$$= 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot (-2)$$
$$= 2 + 0 - 2 = 0$$



2. Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$Kat1^2 + Kat2^2 = Hyp^2$$
$$\sqrt{3}^2 + \sqrt{8}^2 = \sqrt{11}^2$$
$$3 + 8 = 11$$
$$11 = 11$$

$$\alpha = 90^\circ$$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | **Ansicht** | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

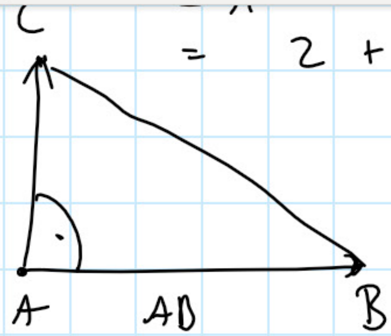
Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

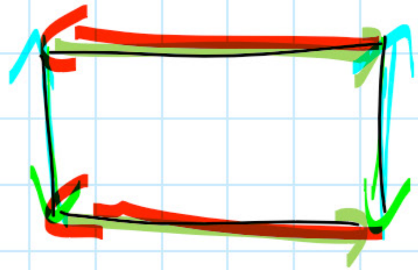
$= 2 + 0 - 2 = 0$ ✓



$\alpha = 90°$

$$Fl: \frac{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}}{2} = \sqrt{6}$$

$\approx 2{,}45$ FE



$\vec{OD} = \vec{OB} + \vec{BD}$

$= \vec{OB} + \vec{AC}$

$= \vec{b} + \vec{c} - \vec{a}$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | **Ansicht** | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

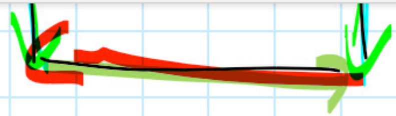
Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

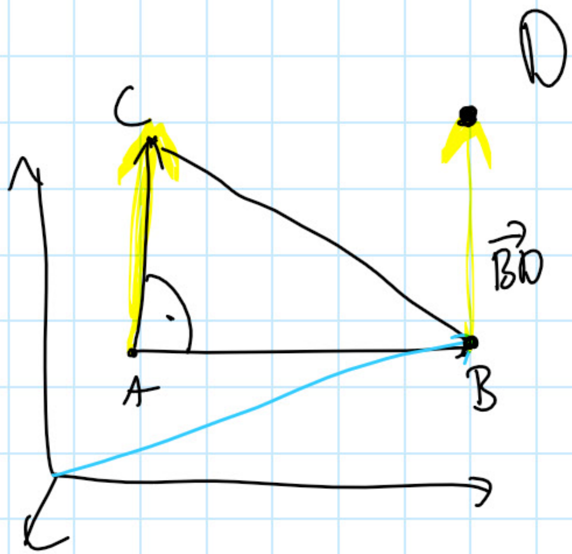
Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- **Präsentation Skalarprodukt**
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

$\approx 2{,}45$ FE





$$\vec{OD} = \vec{OB} + \vec{BD}$$

$$= \vec{OB} + \vec{AC}$$

$$= \vec{b} + \vec{c} - \vec{a}$$

$$= \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\0\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix}$$

$D(4|2|1)$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

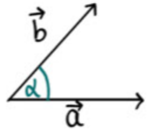
Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

$\cos(\alpha) = \frac{\ldots}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$

Mithilfe dieser Formel berechnest du den Winkel zwischen zwei gegebenen Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.



Im Zähler siehst du das Skalarprodukt dieser Vektoren und im Nenner jeweils ihre Beträge.

Beispiel:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

1.) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = -1\cdot 2 + 1\cdot 3 + 0\cdot 1 = -2+3+0 = 1$

2.) $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$

$|\vec{b}| = \sqrt{2^2+3^2+1^2} = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$

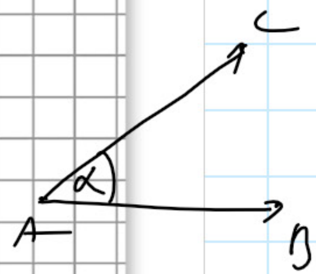
3.) $\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{14}} \quad | \cos^{-1}$

4.) $\alpha \approx 74{,}1^\circ$

Mit dieser Formel kannst du zum Beispiel auch die Winkel in einem Dreieck

Bestimme die

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{b} =$



Bestimme die fehlende Koordinate:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \quad \alpha = 30^\circ$

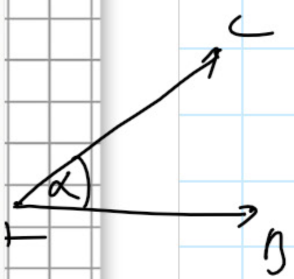
$\left(\sqrt{4}\right)^2$

$\sqrt{4}^2$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot b + 0 \cdot 0 = 0 + b + 0 = b$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{\sqrt{3}^2 + b^2 + 0^2} = \sqrt{3 + b^2 + 0} = \sqrt{3 + b^2}$$



$+1\cdot b+0\cdot 0$

$+b+0 = b$

$\frac{1}{\ldots b^2+0}$

$\cdot b^2$

$$\cos(30) = \frac{b}{1\cdot\sqrt{3+b^2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{\sqrt{3+b^2}} \quad |\cdot 2 \quad |\cdot\sqrt{3+b^2}$$

$$\sqrt{3}\cdot\sqrt{3+b^2} = 2b \quad |()^2$$

$$\sqrt{3}^2\cdot\sqrt{3+b^2}^2 = (2b)^2$$

$$3\cdot(3+b^2) = 4b^2$$

$$9+3b^2 = 4b^2 \quad |-3b^2$$

$$9 = b^2 \quad |\sqrt{}$$

$$3 = b_1$$

$$-3 = b_2$$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

Bestimme die fehlende Koordinate:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} \sqrt{6} \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \quad \alpha = 40^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{6} \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \sqrt{6} + 1 \cdot b + 0 \cdot 0 = 0 + b + 0 = b$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} = 1$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{\sqrt{6}^2 + b^2 + 0^2} = \sqrt{6 + b^2 + 0} = \sqrt{6 + b^2}$$

$$\cos(40) = \frac{b}{\sqrt{6+b^2}}$$

$$0{,}77 = \frac{b}{\sqrt{6+b^2}} \quad \Big| \cdot \sqrt{6+b^2}$$

$$0{,}77 \cdot \sqrt{6+b^2} = b \quad \Big| \, ()^2$$

$$0{,}77^2 \cdot \sqrt{6+b^2}^2 = b^2$$

OneNote für Windows 10 — Jennifer Heidenreich

Start | Einfügen | Zeichnen | Ansicht | Hilfe — Offline gespeichert (Anmeldung erforderlich) — Teilen

Navigationsbereiche | Neues Fenster | Plastischer Reader | Seitenfarbe | Hilfslinien | Gelöschte Notizen | Übersetzen | Barrierefreiheit überprüfen | Wiedergeben | Autoren ausblenden

Session 15

- Präsentation Betrag
- Präsentation Linearkombination
- Präsentation Kollineare und komplanare Vek...
- Präsentation Skalarprodukt
- Präsentation Winkel
- Präsentation Mittelpunkt

+ Seite

$$\cos(40) = \frac{b}{\sqrt{6+b^2}}$$

$$0{,}77 = \frac{b}{\sqrt{6+b^2}} \quad \Big| \cdot \sqrt{6+b^2}$$

$$0{,}77 \cdot \sqrt{6+b^2} = b \quad \Big| ()^2$$

$$0{,}77^2 \cdot \sqrt{6+b^2}^2 = b^2$$

$$0{,}6 \cdot (6+b^2) = b^2$$

$$3{,}6 + 0{,}6b^2 = 1b^2 \quad \Big| -0{,}6b^2$$

$$3{,}6 = 0{,}4b^2 \quad \Big| :0{,}4$$

$$9 = b^2 \quad \Big| \sqrt{} \longrightarrow \begin{array}{l} b_1 = 3 \\ b_2 = -3 \end{array}$$