61. Schnittwinkel

Schnittwinkel gibt es nicht nur zwischen zwei Vektoren, sondern auch zwischen zwei Geraden, zwei Ebenen und einer Geraden und einer Ebenen. Vorausgesetzt ist natürlich, dass sich diese Formen schneiden.

Die Formeln:

→ Zwischen 2 Vektoren $\vec{u}$ & $\vec{v}$:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

→ Zwischen 2 Geraden:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{r_1} \cdot \vec{r_2}}{|\vec{r_1}| \cdot |\vec{r_2}|}$$

mit $\vec{r_1}$ = Richtungsvektor von g
& $\vec{r_2}$ = Richtungsvektor von h

→ Zwischen 2 Ebenen E_1 und E_2:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}}{|\vec{n_1}| \cdot |\vec{n_2}|}$$

mit $\vec{n_1}$ = Normalenvektor von E_1
& $\vec{n_2}$ = Normalenvektor von E_2

→ Zwischen Gerade und Ebene:

$$\sin(\alpha) = \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{|\vec{r}| \cdot |\vec{n}|}$$

mit $\vec{r}$ = Richtungsvektor der Geraden g
& $\vec{n}$ = Normalenvektor der Ebene E

Beispiel: Winkel zwischen Gerade und Ebene

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe:

Berechne den Winkel zwischen den beiden sich schneidenden Geraden:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$