22. Allg. Exponentialfunktion

$f(x) = c \cdot a^x$

Mit Exponentialfunktionen lassen sich in der Regel Wachstums- bzw. Zerfallsprozesse beschreiben, bei denen sich ein Anfangsbestand c in gleichen Zeitspannen um den selben Faktor a ändert!

	Exponentialle Zunahme	Exponentialle Abnahme
	Ein Hasenbestand mit anfangs 100 Hasen wächst monatlich um 20%.	Eine Bakterienkultur mit anfangs 20 Mio. Bakterien verringert sich monatlich um 10%.
Wachstumsfaktor	$a = 1 + p$ (in Dezimalzahl) $\rightarrow p = 0{,}2$ $a = 1 + 0{,}2 = 1{,}2$	$a = 1 - p$ (in Dezimalzahl) $\rightarrow p = 0{,}1$ $a = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$
Anfangsbestand	$c = 100$	$c = 20$ (in Mio.)
Funktion	$f(x) = 100 \cdot 1{,}2^x$	$g(x) = 20 \cdot 0{,}9^x$

Aus zwei Punkten aufstellen:

P(0|1) & Q(2|4)

Wachstumsfaktor a aus zwei Punkten bestimmen:

P(1|4) und Q(7|20)

Wichtige Eigenschaften:

- $f(x) = c \cdot a^x, \quad c > 0, \quad a > 0, \; a \neq 1$

  c ist positiv

  a ist immer positiv und ungleich 1
- Exponentialfunktionen haben keine Nullstellen
- Ihr Funktionsgraph verläuft oberhalb der x-Achse
- y-Achsenschnitt: A(0|c)
- Die x-Achse ist eine Asymptote
- Umwandlung in e-Funktion:

  $f(x) = c \cdot a^x \rightarrow c \cdot e^{\ln(a) \cdot x}$

  $3 \cdot 4^x \rightarrow 3 \cdot e^{\ln(4) \cdot x}$
- Ableitung: $f(x) = c \cdot a^x \rightarrow f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$
- Stammfunktion: $f(x) = c \cdot a^x \rightarrow F(x) = \frac{1}{\ln(a)} \cdot a^x$