

73. Binomialverteilung

Wann ist eine Zufallsgröße binomialverteilt:

Ein Zufallsexperiment ist dann binomialverteilt, wenn es eine feste Anzahl an Versuchen (n) gibt. Außerdem muss die Wahrscheinlichkeit p gleich bleiben (stochastisch unabhängig). Diese Versuche dürfen außerdem nur 2 verschiedene Ausgänge haben.

n über k

$$\text{Formel: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

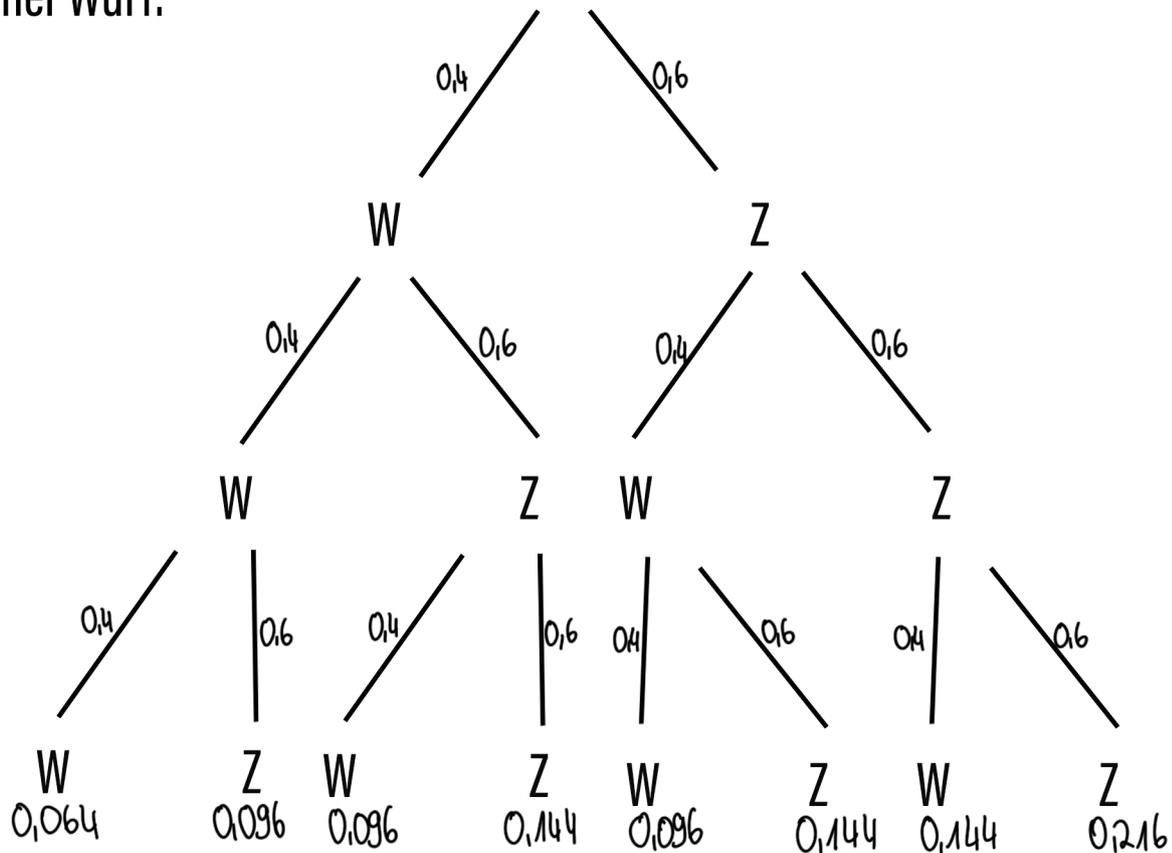
- $n \geq k$
- $\binom{n}{k}$ = positive, ganze Zahl
- $\binom{n}{n} = 1$
- $\binom{n}{0} = 1$
- $\binom{n}{1} = n$

$$\binom{5}{2} =$$

Formel von Bernoulli:

Gezinkte Münze mit $P(\text{„Wappen“})=0,4$ und $P(\text{„Zahl“})=0,6$

3-facher Wurf:



$P(\text{„1 mal Wappen“})$

Kumulierte Binomialverteilung:

Ein idealer Würfel wird 5 mal geworfen!

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit genau 2 mal die 6 zu werfen?

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit höchstens 2 mal die 6 zu werfen?

a) $n=5; k=2; p=\frac{1}{6}; q=\frac{5}{6}$

→ $\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,16$

GTR:

→ Ti-nspire: $\text{binomPdf}(5, \frac{1}{6}, 2)$

→ Casio fx: $\text{binomialPD}(2, 5, \frac{1}{6})$

b) $n=5; k \leq 2; p=\frac{1}{6}; q=\frac{5}{6}$

$k=0; 1; 2$

$\binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 = 0,4$

$\binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0,4$

$\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0,16$

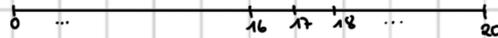
→ Ti-nspire: $\text{binomCdf}(5, \frac{1}{6}, 0, 2)$

→ Casio fx: $\text{binomialCD}(2, 5, \frac{1}{6})$

→ $n=20, p=0,4$

GTR:

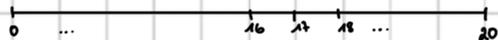
1.) mindestens 17



• Ti nspire: $\text{binomCdf}(20, 0,4, 17, 20)$

• Casio fx: $1 - \text{binomialCD}(16, 20, 0,4)$

2.) mehr als 17



• Ti nspire: $\text{binomCdf}(20, 0,4, 18, 20)$

• Casio fx: $1 - \text{binomialCD}(17, 20, 0,4)$

3.) höchstens 3



• Ti nspire: $\text{binomCdf}(20, 0,4, 0, 3)$

• Casio fx: $\text{binomialCD}(3, 20, 0,4)$

4.) weniger als 2



• Ti nspire: $\text{binomCdf}(20, 0,4, 0, 1)$

• Casio fx: $\text{binomialCD}(1, 20, 0,4)$

5.) mehr als 15 und höchstens 19



• Ti nspire: $\text{binomCdf}(20, 0,4, 16, 19)$

• Casio fx: $\text{binomialCD}(19, 20, 0,4) - \text{binomialCD}(15, 20, 0,4)$

Erwartungswert: $\mu = n \cdot p$

Standardabweichung (Sigma): $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Aufgabe:

In einer Urne sind 50 Kugeln. Davon sind 40 rot und 10 gelb. Es wird 20 mal mit zurücklegen gezogen. Berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten (GTR)

a) $P(\text{„Genau 7 Rote“})$

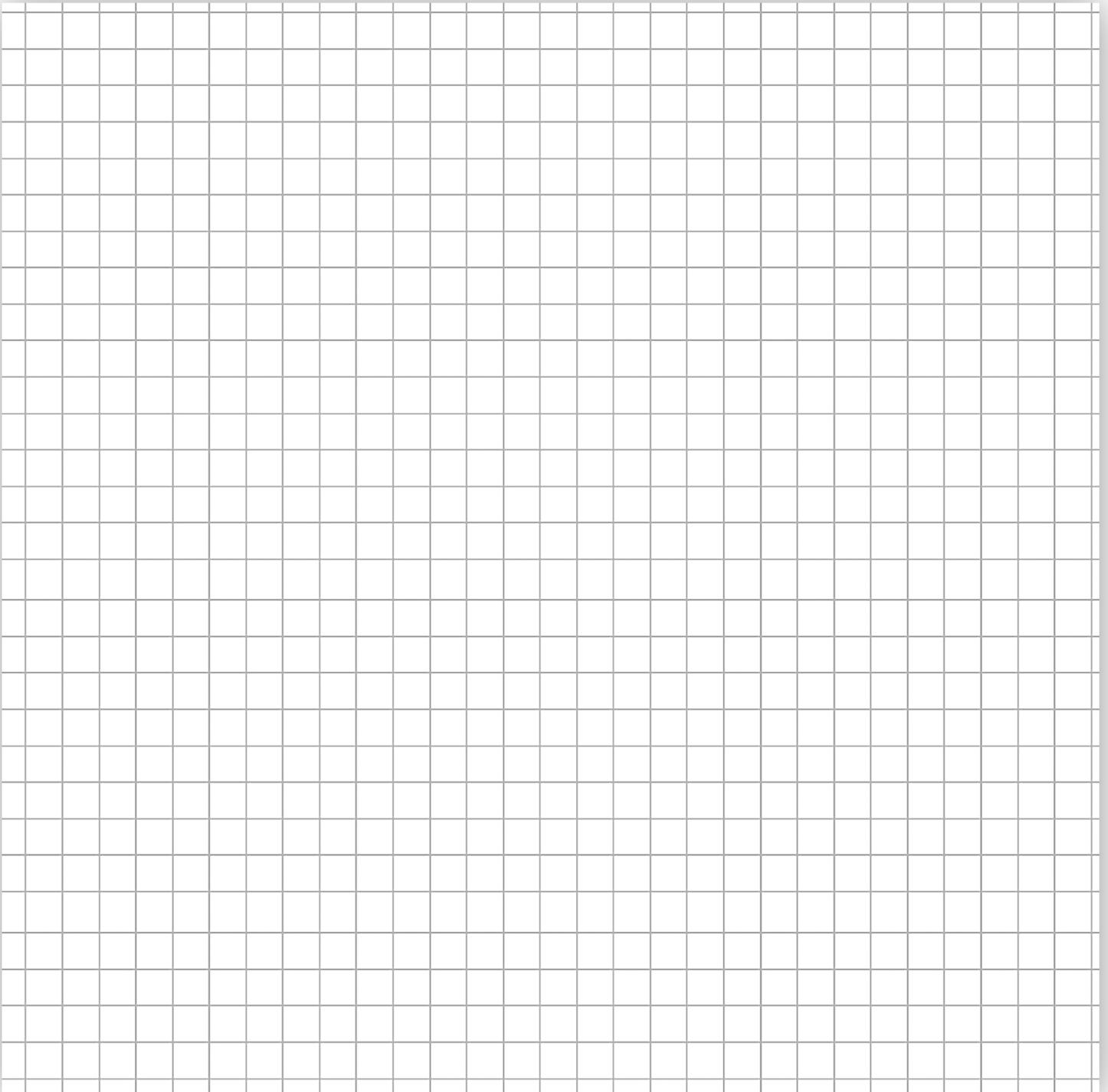
$P(\text{„Mindestens 8 Gelbe“})$

$P(\text{„Mehr als 10 Rote“})$

$P(\text{„Zwischen 5 und 19 Rote“})$

b) Wie viele rote Kugeln werden im Mittel erreicht?

c) Berechne die Standardabweichung (rote Kugeln)



$E(x)$ und $s(x)$ gegeben, n und p gesucht

Erwartungswert: $\mu = n \cdot p$

Standardabweichung (Sigma): $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

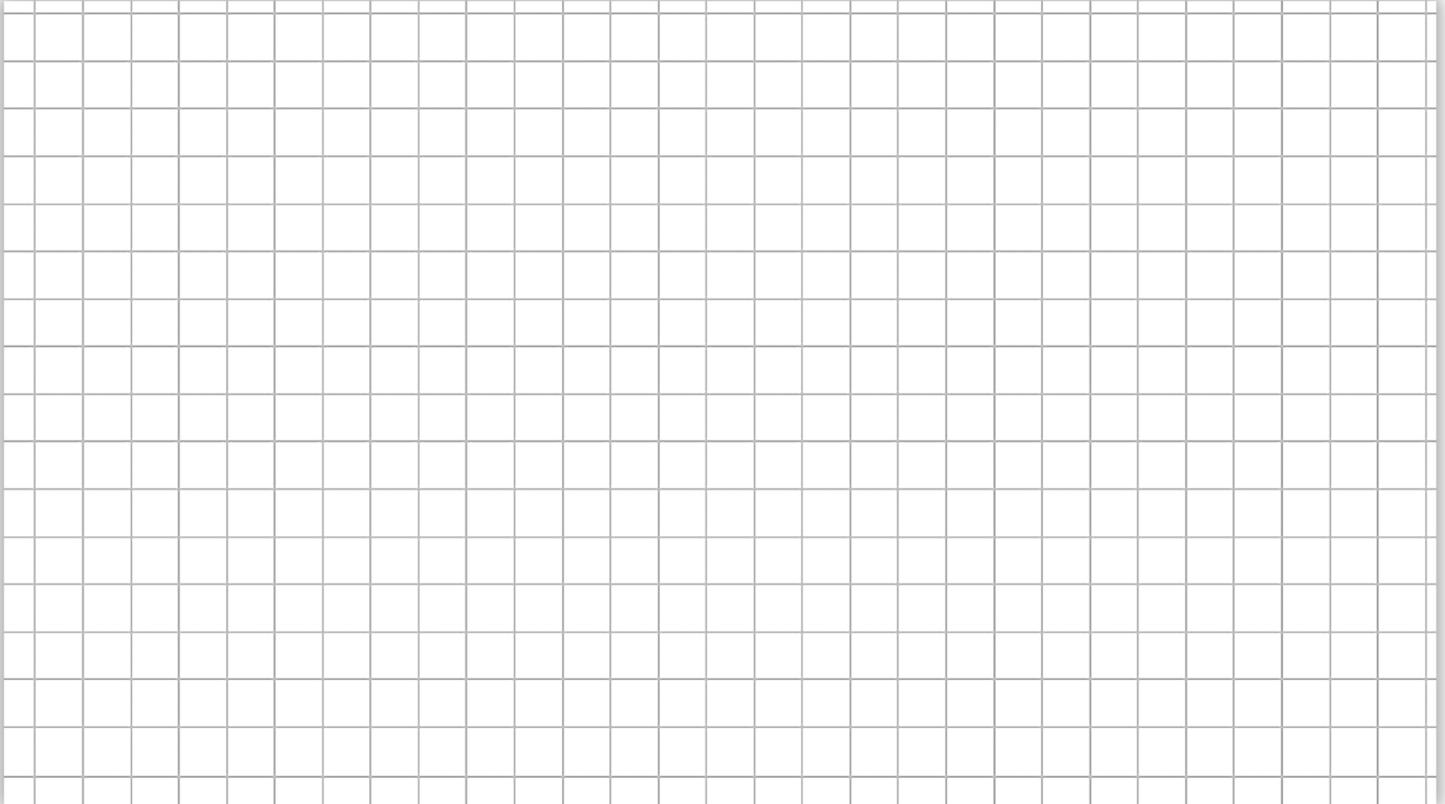
$$\mu = 20$$

$$\sigma = 4$$

WK. Abweichung um höchstens | mindestens ... vom $E(x)$

Bei einer Fahrschulkette geht man am Standort Dortmund für das Jahr 2021 von insgesamt 100 praktischen Führerscheinprüfungen aus. Im Modell wird angenommen, dass X binomialverteilt mit $p = 0,8$ ist.

Gesucht: WK von „Die Anzahl der bestandenen praktischen Prüfungen weicht höchstens eine Standardabweichung vom Erwartungswert ab.“



Gesucht: WK von „Die Anzahl der bestandenen praktischen Prüfungen weicht mindestens um 10% vom Erwartungswert ab.“



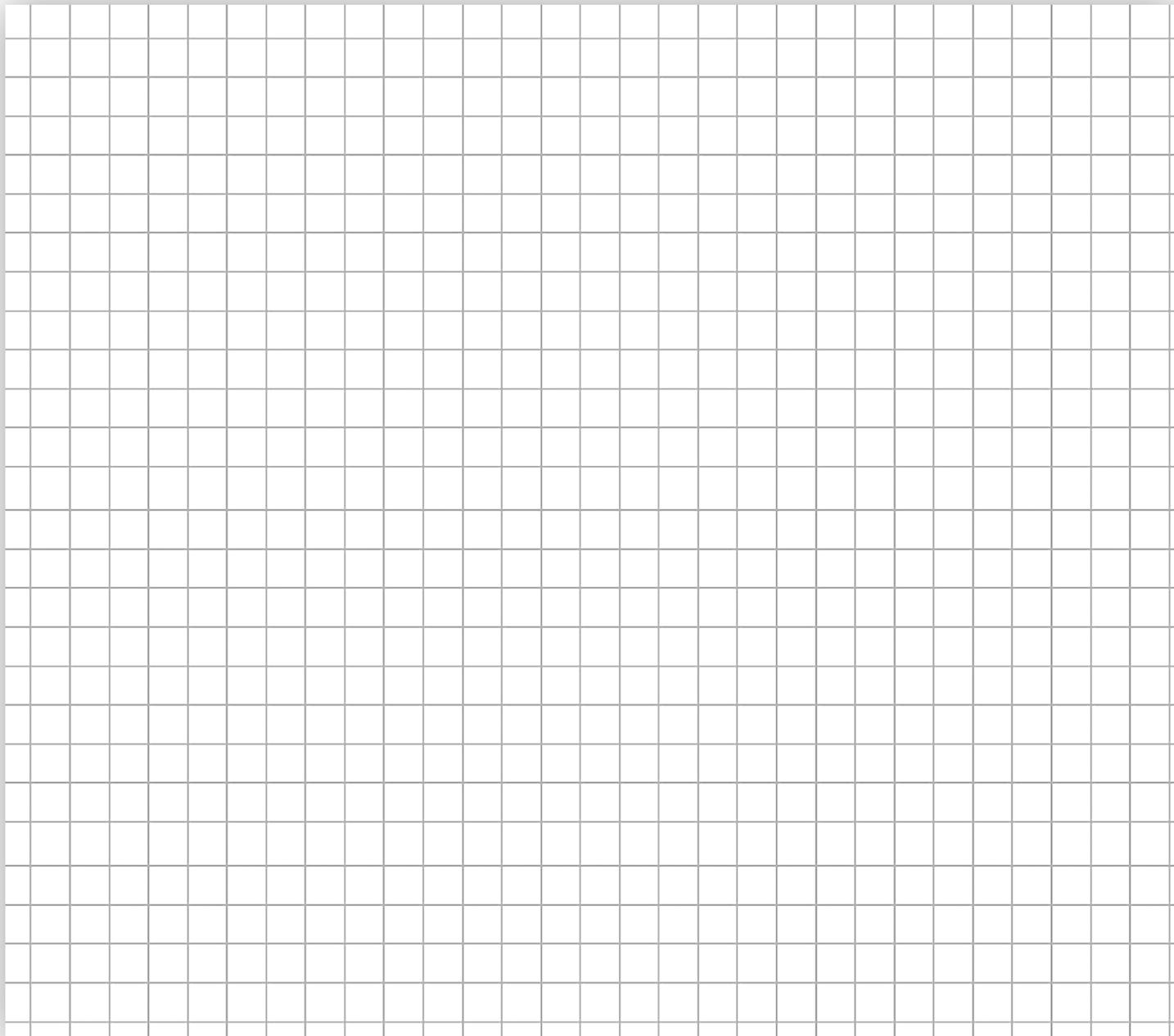
Aufgabe:

Für ein Kino besitzen 300 Menschen eine Dauerkarte.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Dauerkartenbesitzer, die an einem bestimmten Tag das Kino besuchen. X sei binomial verteilt.

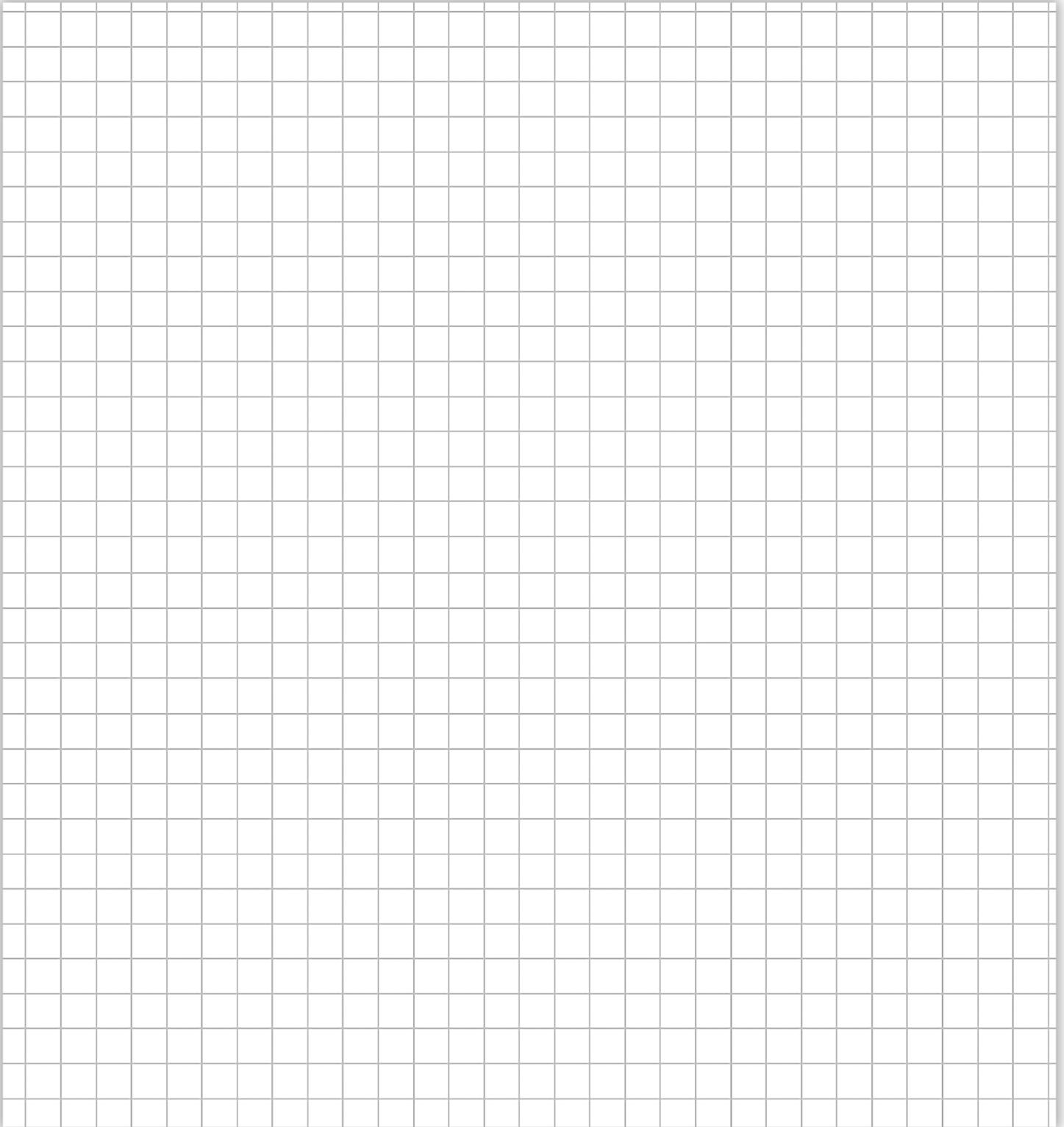
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Dauerkartenbesitzer das Kino besucht, beträgt 20%.

- Berechne $P(X=50)$ und interpretiere.
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als 4 der Dauerkartenbesitzer das Kino besuchen?
- Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X höchstens um eine Standardabweichung vom Erwartungswert der Zufallsvariablen abweicht?



n gesucht: 3 mal mindestens

Wie oft muss das Glücksrad mindestens gedreht werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens einmal rot erscheint ($p=0,25$)?



Hinweis: Wenn n , k oder p gesucht sind, dann nur mit GTR lösbar. siehe Bedienungsanleitung und/oder Youtube-Videos!