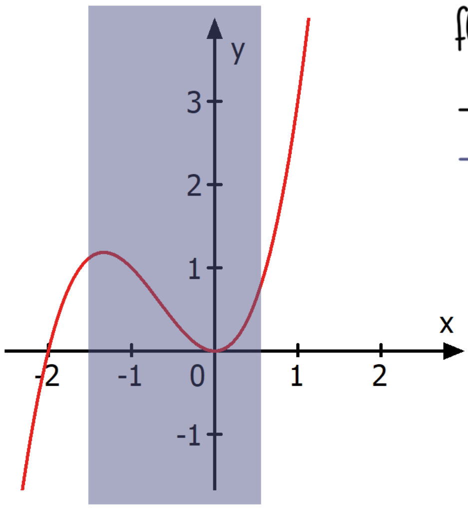
13. Die Randwerte

Randwerte können nur bei Funktionen auftreten, die Ränder besitzen. Dies ist dann der Fall, wenn nicht die komplette Funktion betrachtet wird, sondern lediglich ein Ausschnitt:

z.B. $x \in [-1;2]$ „x ist Element von..." → Es wird lediglich der Bereich zwischen -1 und 2 auf der x-Achse betrachtet! Der untere Rand ist also -1 und der obere Rand 2!

Randwerte können bei der Untersuchung von Extrema und Wendepunkten auftreten!

Bei Extrema



$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1{,}5;\ 0{,}5]$

→ HP$(-\frac{4}{3} \mid 1{,}2)$ und TP$(0 \mid 0)$

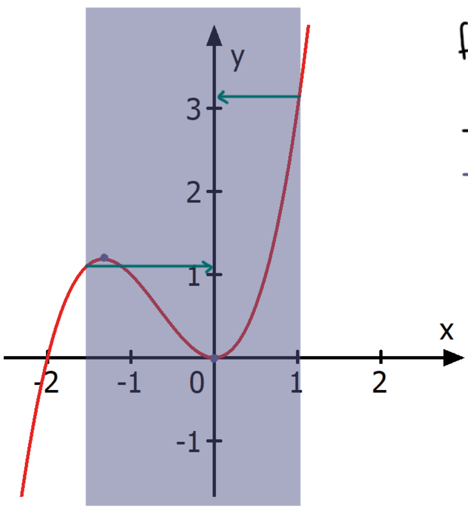
→ Randuntersuchung: unterer Rand und oberer Rand in die Funktion einsetzen.

$f(-1{,}5) = (-1{,}5)^3 + 2 \cdot (-1{,}5)^2 = 1{,}13$

Deutung: 1,13 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum.

$f(0{,}5) = 0{,}5^3 + 2 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}625$

Deutung: 0,625 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum.



$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1{,}5;\ 1]$

→ HP$(-\frac{4}{3} \mid 1{,}2)$ und TP$(0 \mid 0)$

→ Randuntersuchung: unterer Rand und oberer Rand in die Funktion einsetzen

$f(-1{,}5) = (-1{,}5)^3 + 2 \cdot (-1{,}5)^2 = 1{,}13$

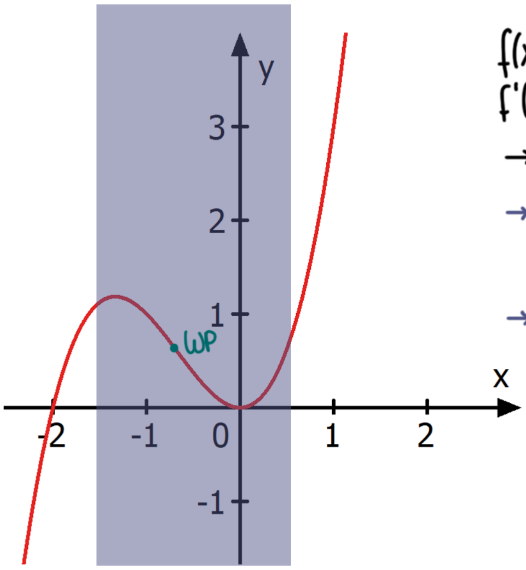
Deutung: 1,13 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum

$f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^3 = 3$

Deutung: 3 ist höher als die y-Koordinate des HP's → hier liegt ein Randextremum vor!

Bei Wendepunkten

Bei den Wendepunkten wird die Steigung in den WP's mit den Steigungen in den Rändern verglichen.



$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1{,}5; 0{,}5]$

$f'(x) = 3x^2 + 4x$

$\rightarrow$ WP$(-0{,}67; 0{,}6)$

$\rightarrow$ Steigung im WP:

$f'(-0{,}67) = 3 \cdot (-0{,}67)^2 + 4 \cdot (-0{,}67) = -1{,}3$

$\rightarrow$ Steigung in den Rändern:

$f'(-1{,}5) = 3 \cdot (-1{,}5)^2 + 4 \cdot (-1{,}5) = 0{,}75$

$f'(0{,}5) = 3 \cdot (0{,}5)^2 + 4 \cdot (0{,}5) = 2{,}75$

Deutung: Im Wendepunkt ist die stärkste Abnahme. In der oberen Grenze die stärkste Zunahme!