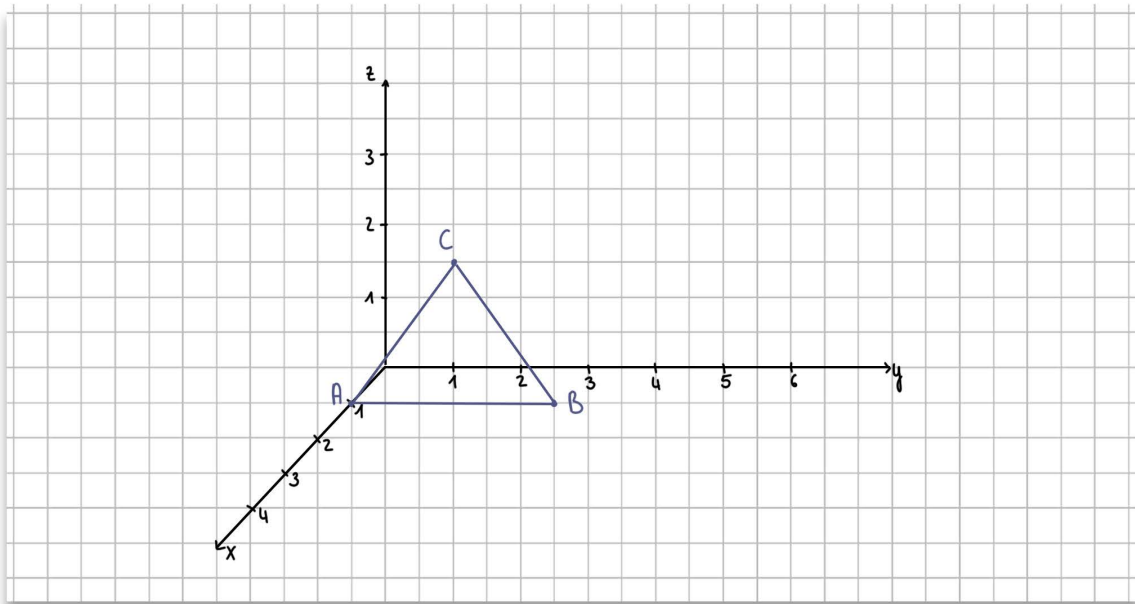


# Lösung Vektoren

## Vektoren I

Gegeben seien die Punkte  $A(1 | 0 | 0)$ ,  $B(1 | 3 | 0)$  &  $C(1 | 1,5 | 2)$  eines Dreiecks.

a) Skizziere



b) Prüfe, ob es sich um ein besonderes Dreieck handelt!  
Berechne dazu alle Seitenlängen  
und alle Winkel.

→ Seitenlänge:

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 0^2} = 3$$

$$\vec{AC} = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,5 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{0^2 + 1,5^2 + 2^2} = 2,5$$

$$\vec{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,5 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{0^2 + (-1,5)^2 + 2^2} = 2,5$$

→ Winkel:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} \rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1,5 \\ 2 \end{pmatrix}}{2,5 \cdot 3} = \frac{0 \cdot 0 + 1,5 \cdot 3 + 2 \cdot 0}{7,5} = \frac{4,5}{7,5}$$

$$\rightarrow \cos(\alpha) = \frac{4,5}{7,5} \quad | \cos^{-1}$$

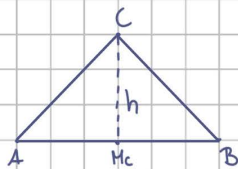
$$\alpha \approx 53,13^\circ$$

$$\begin{aligned}\cos(\beta) &= \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1,5 \\ 2 \end{pmatrix}}{3 \cdot 2,5} \\ &= \frac{0 \cdot 0 + (-3) \cdot (-1,5) + 0 \cdot 2}{7,5} \\ &= \frac{4,5}{7,5} \quad |\cos^{-1} \\ \beta &\approx 53,13^\circ\end{aligned}$$

$$\gamma = 180^\circ - 53,13^\circ - 53,13^\circ = 73,74^\circ$$

Das Dreieck ist gleichschenkelig!

c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.



$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \quad \text{mit } g = |\vec{AB}| \quad \text{und } h = |\vec{CM_C}|$$

$$\begin{aligned}1.) \text{ Berechnung von } M_C: \quad \vec{OM_C} &= \vec{OA} + \frac{1}{2} \cdot \vec{AB} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

2.) Berechnung der Höhe:

$$|\vec{CM_C}| = \left| \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1,5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-2)^2} = 2$$

$$\rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3 \text{ FE}$$