Bereitgestellt von: Jenny Klippert

YouTube Einfach Mathe!

Anwendungsaufgabe Änderungsrate Kino

Aufgabenstellung:

Die Anzahl der Besucher eines Kinos soll in einem Zeitraum zwischen 11:00Uhr und 24:00Uhr durch die Funktion $f(t)=-0{,}05t^3+1{,}9t^2-15t+70$ beschrieben werden (t ist die Zeit in Stunden mit $11 \leq t \leq 24$ und $f(t)$ beschreibt die Besucheranzahl).

a) Bestimme die Anzahl der Besucher, die um 16Uhr im Kino ist.

b) Wie viele Besucher kommen um 18Uhr hinzu?

c) Wann sind im angegebenen Zeitraum die meisten bzw. wenigsten Besucher im Kino?

d) Wie viele Besucher kommen durchschnittlich pro Stunde zwischen 11Uhr und 17Uhr hinzu?

e) Wann ändert sich die Besucherzahl am stärksten?

Lösung:

a) Bestimme die Anzahl der Besucher, die um 16Uhr im Kino ist.

Gegeben: $t = 16$ Uhr

Gesucht: Besucherzahl

$f(16) = -0{,}05 \cdot 16^3 + 1{,}9 \cdot 16^2 - 15 \cdot 16 + 70$

$= 111{,}6 \approx 112$

Um 16Uhr sind 112 Besucher im Kino.

b) Wie viele Besucher kommen um 18Uhr hinzu?

Gegeben: $t = 18$

Gesucht: momentane Änderungsrate

$f'(t) = -0{,}15t^2 + 3{,}8t - 15$

$f'(18) = -0{,}15 \cdot 18^2 + 3{,}8 \cdot 18 - 15$

$= 4{,}8 \approx 5$

Um 18Uhr kommen 5 Besucher hinzu!

c) Wann sind im angegebenen Zeitraum die meisten bzw. wenigsten Besucher im Kino?

Gegeben: „meisten Besucher" / „wenigsten Besucher" } größtes/kleinstes „y" → HP/TP

Gesucht: Uhrzeit → t

$f'(t) = -0{,}15t^2 + 3{,}8t - 15$

$f''(t) = -0{,}3t + 3{,}8$

notw. Bed.: $f'(t) = 0$

$-0{,}15t^2 + 3{,}8t - 15 = 0 \quad | :(-0{,}15)$

$t^2 - \frac{76}{3}t + 100 = 0 \quad | pq$

$t_{1/2} = -\frac{-\frac{76}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{76}{3}}{2}\right)^2 - 100}$

$= \frac{38}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{38}{3}\right)^2 - 100}$

$t_1 \approx 20{,}44$

$t_2 \approx 4{,}89$ nicht relevant

hinr. Bed.: $f'(t) = 0$ und $f''(t) \neq 0$

$f''(20{,}44) = -0{,}3 \cdot 20{,}44 + 3{,}8 = -2{,}332 < 0 \rightarrow$ Max

y-Koordinate:

$f(20{,}44) = -0{,}05 \cdot 20{,}44^3 + 1{,}9 \cdot 20{,}44^2 - 15 \cdot 20{,}44 + 70 \approx 130{,}22 \approx 130$

Ränder:

$f(11) = -0{,}05 \cdot 11^3 + 1{,}9 \cdot 11^2 - 15 \cdot 11 + 70 \approx 69$

$f(24) = -0{,}05 \cdot 24^3 + 1{,}9 \cdot 24^2 - 15 \cdot 24 + 70 \approx 113$

Um cira 20:30Uhr sind die meisten Besucher im Kino, um 11:00Uhr die wenigsten.

d) Wie viele Besucher kommen durchschnittlich pro Stunde zwischen 11Uhr und 17Uhr hinzu?

Gegeben: $t_1 = 11$Uhr, $t_2 = 17$ Uhr

Gesucht: Durchschnittliche Änderungsrate

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

→ y-Koordinaten:

$f(11) = -0{,}05 \cdot 11^3 + 1{,}9 \cdot 11^2 - 15 \cdot 11 + 70 = 68{,}35$

$f(17) = -0{,}05 \cdot 17^3 + 1{,}9 \cdot 17^2 - 15 \cdot 17 + 70 = 118{,}45$

→ Formel:

$$m = \frac{118{,}45 - 68{,}35}{17 - 11} = \frac{50{,}1}{6} = 8{,}35 \approx 8$$

Zwischen 11 und 17 Uhr kommen in etwa 8 Besucher durchschnittlich pro Stunde hinzu.

e) Wann ändert sich die Besucherzahl am stärksten?

Gesucht: Wann → Zeit t

„stärkste Änderung" → Wendestelle (& Randüberprüfung)

$f''(t) = -0{,}3t + 3{,}8$

$f'''(t) = -0{,}3$

notw. Bed.: $f''(t) = 0$

$-0{,}3t + 3{,}8 = 0 \quad | -3{,}8$

$-0{,}3t = -3{,}8 \quad | : (-0{,}3)$

$t = \frac{38}{3} \approx 12{,}67$

hinr. Bed.: $f''(t) = 0$ & $f'''(t) \neq 0$

$f'''(12{,}67) = -0{,}3 \neq 0$ ✓

→ Berechnung der Änderung & Randüberprüfung:

$f'(12{,}67) = -0{,}15 \cdot 12{,}67^2 + 3{,}8 \cdot 12{,}67 - 15 \approx 9{,}1$

$f'(11) = -0{,}15 \cdot 11^2 + 3{,}8 \cdot 11 - 15 \approx 8{,}65$

$f'(24) = -0{,}15 \cdot 24^2 + 3{,}8 \cdot 24 - 15 \approx -10{,}2$

Um 24 Uhr ändert sich die Besucherzahl am stärksten!

zum Lösungsvideo: