

Aufgabe:

Eine Ameisenpopulation kann durch beschränktes Wachstum mit der Schranke $S=100000$ dargestellt werden. Zu Beginn hat die Population 1300 Ameisen, nach 3 Jahren sind es bereits 25000!

1.) Stelle die zugehörige Funktionsgleichung der Form

$$f(x) = S - c \cdot e^{k \cdot t} \text{ auf!}$$

2.) Wie groß ist die Population nach 10 Jahren?

3.) Wie groß ist die Wachstumsgeschwindigkeit nach 15 Jahren?

1.) c berechnen: $c = S - f(0) = 100\,000 - 1300 = 98\,700$

S und c einsetzen: $f(t) = 100\,000 - 98\,700 \cdot e^{k \cdot 3} \quad | P(31\,250\,000)$

$$25\,000 = 100\,000 - 98\,700 \cdot e^{k \cdot 3} \quad | -100\,000$$

$$-75\,000 = -98\,700 \cdot e^{k \cdot 3} \quad | :(-98\,700)$$

$$0.76 = e^{k \cdot 3} \quad | \ln$$

$$-0.27 = k \cdot 3 \quad | :3$$

$$-0.09 = k$$

$$f(t) = 100\,000 - 98\,700 \cdot e^{-0.09t}$$

2.) $t=10$: $f(10) = 100\,000 - 98\,700 \cdot e^{-0.09 \cdot 10} \approx 59\,872$

3.) $f'(t) = -98\,700 \cdot (-0.09) \cdot e^{-0.09t}$

$$f'(15) = -98\,700 \cdot (-0.09) \cdot e^{-0.09 \cdot 15} \approx 2303$$