73. Binomialverteilung

Wann ist eine Zufallsgröße binomialverteilt:

Ein Zufallsexperiment ist dann binomialverteilt, wenn es eine feste Anzahl an Versuchen (n) gibt. Außerdem muss die Wahrscheinlichkeit p gleich bleiben (stochastisch unabhängig). Diese Versuche dürfen außerdem nur 2 verschiedene Ausgänge haben.

n über k

Formel: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

- $n \geq k$
- $\binom{n}{k}$ = positive, ganze Zahl
- $\binom{n}{n} = 1$
- $\binom{n}{0} = 1$
- $\binom{n}{1} = n$

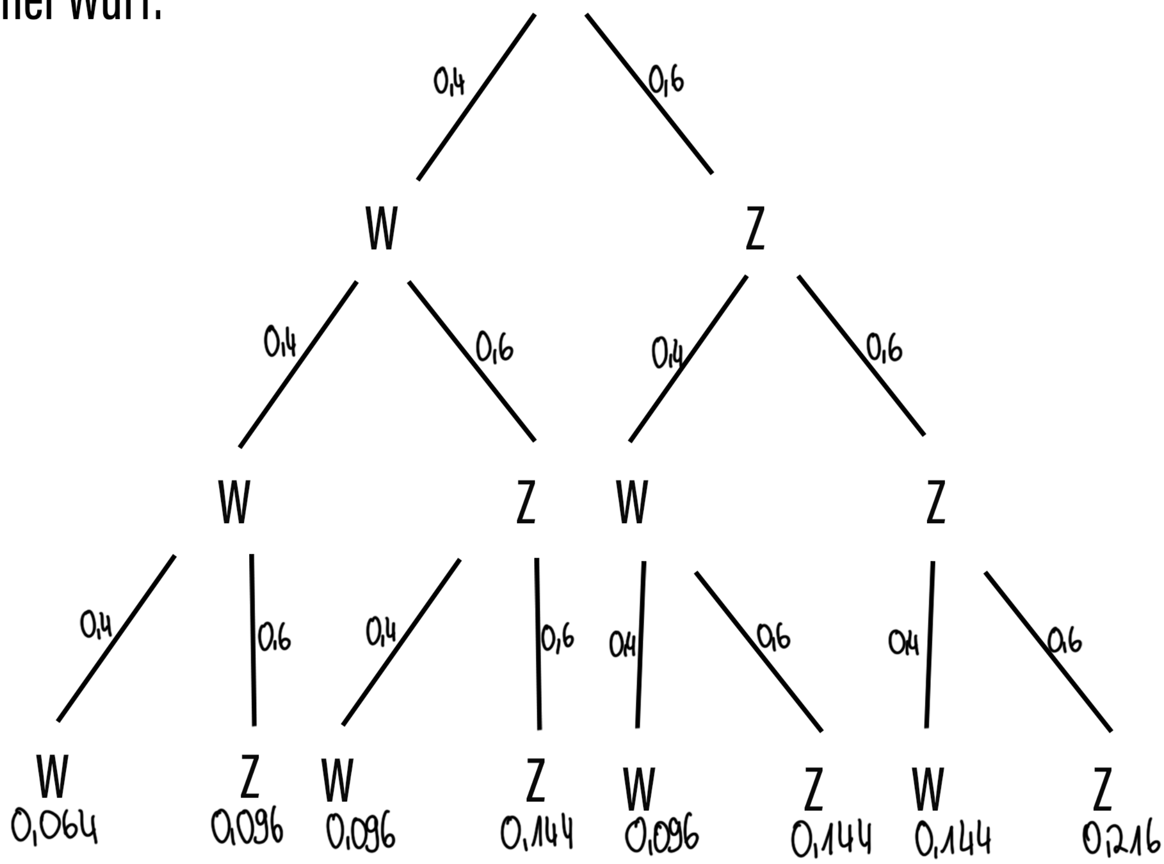
$\binom{5}{2} =$

$\binom{20}{18} =$

Formel von Bernoulli:

Gezinkte Münze mit P(„Wappen“)=0,4 und P(„Zahl“)=0,6

3-facher Wurf:



P(„1 mal Wappen“)

Kumulierte Binomialverteilung:

Ein idealer Würfel wird 5 mal geworfen!

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit genau 2 mal die 6 zu werfen?

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit höchstens 2 mal die 6 zu werfen?

a) $n=5;\ k=2;\ p=\frac{1}{6};\ q=\frac{5}{6}$

$\longrightarrow \binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}16$

GTR:

$\longrightarrow$ Ti-nspire: binomPdf$(5,\frac{1}{6},2)$

$\longrightarrow$ Casio fx: binomialPD$(2,5,\frac{1}{6})$

b) $n=5;\ k\leq 2;\ p=\frac{1}{6};\ q=\frac{5}{6}$

$\uparrow$

$k=0;1;2$

$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^5 = 0{,}4$

$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0{,}4$ $\quad + \ 0{,}96$

$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0{,}16$

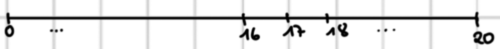
$\longrightarrow$ Ti-nspire: binomCdf$(5,\frac{1}{6},0,2)$

$\longrightarrow$ Casio fx: binomialCD$(2,5,\frac{1}{6})$

$\longrightarrow n=20,\ p=0{,}4$

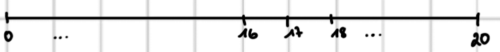
GTR:

1.) mindestens 17



- Ti nspire: binomCdf(20, 0.4, 17, 20)
- Casio fx: 1 - binomialCD (16, 20, 0.4)

2.) mehr als 17

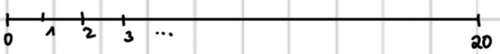


- Ti nspire: binomCdf(20, 0.4, 18, 20)
- Casio fx: 1 - binomialCD (17, 20, 0.4)

3.) höchstens 3

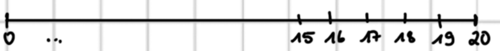
- Ti nspire: binom Cdf (20, 0.4, 0, 3)
- Casio fx: binomialCD (3, 20, 0.4)

4.) weniger als 2



- Ti nspire: binomCdf (20, 0.4, 0, 1)
- Casio fx: binomialCD (1, 20, 0.4)

5.) mehr als 15 und höchstens 19



- Ti nspire: binomCdf (20, 0.4, 16, 19)
- Casio fx: binomial CD (19, 20, 0.4) - binomial CD (15, 20, 0.4)

Erwartungswert: $\mu = n\cdot p$

Standardabweigung (Sigma): $\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot q} = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}$

E(x) und s(x) gegeben, n und p gesucht

Erwartungswert: $\mu = n \cdot p$

Standardabweigung (Sigma): $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

$\mu = 20$

$\sigma = 4$

Aufgabe:

In einer Urne sind 50 Kugeln. Davon sind 40 rot und 10 gelb. Es wird 20 mal mit zurücklegen gezogen. Berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten (GTR)

a) P(„Genau 7 Rote")
   P(„Mindestens 8 Gelbe")
   P(„Mehr als 10 Rote")
   P(„Zwischen 5 und 19 Rote")
b) Wie viele rote Kugeln werden im Mittel erreicht?
c) Berechne die Standardabweichung (rote Kugeln)

WK. Abweichung um höchstens | mindestens ... vom E(x)

Bei einer Fahrschulkette geht man am Standort Dortmund für das Jahr 2021 von insgesamt 100 praktischen Führerscheinprüfungen aus. Im Modell wird angenommen, dass X binomialverteilt mit p =0,8 ist.

Gesucht: WK von „Die Anzahl der bestandenen praktischen Prüfungen weicht höchstens eine Standardabweichung vom Erwartungswert ab."

Gesucht: WK von „Die Anzahl der bestandenen praktischen Prüfungen weicht mindestens um 10% vom Erwartungswert ab."

n gesucht: 3 mal mindestens

Wie oft muss das Glücksrad mindestens gedreht werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens einmal rot erscheint (p=0,25)?

Hinweis: Wenn n, k oder p gesucht sind, dann nur mit GTR lösbar. siehe Bedienungsanleitung und/oder Youtube-Videos!