# 32. Rotationsvolumen

## Um x-Achse:

Lässt man den Funktionsgraphen einer Funktion um die waagerechte x-Achse drehen bzw. rotieren, so entsteht ein sogenannter Rotationskörper dessen Volumen man mithilfe der Integralrechnung berechnen kann:

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \, dx$$

**Beispiel:** $f(x) = \sqrt{2x+4}$ in $x \in [0;1]$

**Schritte:**

1.) $(f(x))^2$ bilden
2.) Integral aufstellen
3.) Berechnen

## Um y-Achse:

Lässt man den Funktionsgraphen einer Funktion um die senkrechte y-Achse drehen bzw. rotieren, so entsteht ein sogenannter Rotationskörper dessen Volumen man mithilfe der Integralrechnung berechnen kann:

$$V = \pi \cdot \int_a^b \left(f^{-1}(x)\right)^2 dx$$

**Beispiel:**

$f(x) = 2x+4$ ; $a = 0$ und $b = 1$

**Schritte:**

1.) $f^{-1}(x)$
2.) $(f^{-1}(x))^2$ bilden & ggf. neue Grenzen
3.) Integral aufstellen
4.) Berechnen

## Übung:

a) $f(x) = 2x-1$ , $x \in [0;1]$
b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, $y \in [0;6]$

## zwischen zwei Funktionen:

$$V = \pi \cdot \int_a^b f(x)^2 - g(x)^2 \, dx$$

**Beispiel:**

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 + 1 \\ g(x) = x + 7 \end{array}\right\} x \in [0;1]$$

$(f(x))^2 - (g(x))^2$ oder $(g(x))^2 - (f(x))^2$

| | oberh. x-Achse | unterh. x-Achse |
|---|---|---|
| f oberhalb g | $\pi \cdot \int_a^b f(x)^2 - g(x)^2 \, dx$ | $\int_a^b g(x)^2 - f(x)^2 \, dx$ |
| f unterhalb g | $\pi \cdot \int_a^b g(x)^2 - f(x)^2 \, dx$ | $\pi \cdot \int_a^b f(x)^2 - g(x)^2 \, dx$ |

## Aufgabe:

Berechne das Rotationsvolumen mit der x-Achse:

$f(x) = 2x - 1$ , $x \in [1,3]$