Aufgabe:

Eine Getränkedose soll ein Volumen von 0,33l haben. Wie sind der Radius und die Höhe zu wählen, damit die Oberfläche minimal wird?

0.

1. HB: $O = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$

2. NB: $0{,}33\,l = 330\,ml = 330\,cm^3$

$V = \pi r^2 \cdot h \rightarrow 330 = \pi r^2 h$

3. ZF: $\pi r^2 h = 330 \quad | : (\pi r^2)$

$h = \frac{330}{\pi r^2}$ | einsetzen in HB

$O(r) = 2\pi r^2 + 2\cancel{\pi} r \cdot \frac{330}{\cancel{\pi} r^2}$

$= 2\pi r^2 + 2 \cdot \frac{330}{r} = 2\pi r^2 + \frac{660}{r}$

4. Extrema: $O(r) = 2\pi r^2 + 660 \cdot r^{-1}$

$O'(r) = 4\pi r - 660 r^{-2} = 4\pi r - \frac{660}{r^2}$

$O''(r) = 4\pi + 1320 r^{-3} = 4\pi + \frac{1320}{r^3}$

notw. Bed.: $O'(r) = 0$

$4\pi r - \frac{660}{r^2} = 0 \quad | \cdot r^2$

$4\pi r^3 - 660 = 0 \quad | + 660$

$4\pi r^3 = 660 \quad | : (4\pi)$

$r^3 = \frac{660}{4\pi} \quad | \sqrt[3]{}$

$r \approx 3{,}745$

hinr. Bed.: $O'(r) = 0$ & $O''(r) \neq 0$

$O''(3{,}745) = 4\pi + \frac{1320}{3{,}745^3} \approx 37{,}7 > 0 \rightarrow$ Minimum

5. weitere Größen:

$r \approx 3{,}745\,cm$

$h = \frac{330}{\pi \cdot 3{,}745^2} \approx 7{,}49\,cm$

$O = 2\pi \cdot 3{,}745^2 + \pi \cdot 3{,}745^2 \cdot 7{,}49 \approx 264.37\,cm^2$