

Aufgabe:

Berechne das Rotationsvolumen um die x-Achse

$$a) f(x) = \sqrt{2x+4}, \quad [0;1]$$

$$b) g(x) = 4x - 12, \quad [0;2]$$

$$a) (f(x))^2 = \sqrt{2x+4}^2 = 2x+4$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot \int_0^1 (2x+4) dx \\ &= \pi \cdot \left[x^2 + 4x \Big|_0^1 \right] \\ &= \pi \cdot \left[1^2 + 4 \cdot 1 - (0^2 + 4 \cdot 0) \right] \\ &= \pi \cdot \left[1 + 4 - 0 \right] \\ &= 5\pi \text{ VE} \end{aligned}$$

$$b) (g(x))^2 = (4x - 12)^2 = 16x^2 - 96x + 144$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot \int_0^2 (16x^2 - 96x + 144) dx \\ &= \pi \cdot \left[\frac{16}{3}x^3 - 48x^2 + 144x \Big|_0^2 \right] \\ &= \pi \cdot \left[\frac{16}{3} \cdot 2^3 - 48 \cdot 2^2 + 144 \cdot 2 - \left(\frac{16}{3} \cdot 0^3 - 48 \cdot 0^2 + 144 \cdot 0 \right) \right] \\ &= \pi \cdot \left[\frac{16}{3} \cdot 8 - 48 \cdot 4 + 288 - 0 \right] \\ &= \pi \cdot \left[\frac{128}{3} - 192 + 288 \right] \\ &= \pi \cdot \left[\frac{128}{3} + 96 \right] \\ &= \pi \cdot \left[\frac{128}{3} + \frac{288}{3} \right] \\ &= \frac{416}{3} \pi \end{aligned}$$