

Beispiel Rotationsvolumen um y-Achse:

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f^{-1}(x))^2 dx$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2, [0; 2]$$

1.) Umkehrfunktion: $y = \frac{1}{2}x^2$
 $x = \frac{1}{2}y^2 \quad | \cdot 2$
 $2x = y^2 \quad | \sqrt{\quad}$
 $\sqrt{2x} = y = f^{-1}(x)$

2.) Quadrieren: $(f^{-1}(x))^2 = \sqrt{2x}^2 = 2x$

3.) Neue Grenzen: $f(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 = 0$

$$f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

) Bleiben für dieses Bsp gleich!

4.) Berechnung:

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot \int_0^2 2x dx \\ &= \pi \cdot [x^2]_0^2 \\ &= \pi \cdot [2^2 - 0^2] \\ &= 4\pi \text{ VE} \end{aligned}$$

Aufgabe:

Berechne das Rotationsvolumen um die y-Achse

a) $f(x) = \frac{1}{4}x$, $[0; 1]$

b) $g(x) = 2x - 4$; $[0; 2]$