

Aufgabe:

Prüfe, wie die gegebenen Geraden zueinander liegen:

$$a) g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$b) g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Die Lösung findest du auf Seite 97.

$$a) c \cdot \vec{r}_1 = \vec{r}_2?$$

$$c \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} \text{I} \quad 3c = -9 \quad | :3 \rightarrow c = -3 \\ \text{II} \quad -1c = 3 \quad | :(-1) \rightarrow c = -3 \\ \text{III} \quad 2c = -6 \quad | :2 \rightarrow c = -3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array}} \right\} c \text{ eindeutig}$$

$$\vec{p}_2 \in g? \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \text{I} \quad 5 = 1 + 3s \quad | -1$$

$$4 = 3s \quad | :3 \rightarrow s = \frac{4}{3}$$

$$\text{II} \quad 7 = 1 - s \quad | -1$$

$$6 = -s \quad | :(-1) \rightarrow s = -6$$

$$\text{III} \quad 4 = 2s \quad | :2 \rightarrow s = 2$$

s ist nicht eindeutig

$$\rightarrow \vec{p}_2 \notin g$$

$$\rightarrow g \parallel h$$

Aufgabe:

Prüfe, wie die gegebenen Geraden zueinander liegen:

$$a) g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$b) g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$b) c \cdot \vec{r}_1 = \vec{r}_2 ?$$

$$c \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} \text{I } 4c = -4 \quad | :4 \rightarrow c = -1 \\ \text{II } -7c = -4 \quad | :(-7) \rightarrow c = \frac{4}{7} \\ \text{III } -8c = -3 \quad | :(-8) \rightarrow c = \frac{3}{8} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I } 4c = -4 \\ \text{II } -7c = -4 \\ \text{III } -8c = -3 \end{array}} \right\} c \text{ ist nicht eindeutig!}$$

$$g = h:$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} \text{I } 1 + 4s = 9 - 4t \quad | -1 \\ \text{II } -2 - 7s = -5 - 4t \\ \text{III } 8 - 8s = 3 - 3t \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{I nach s: } 4s = 8 - 4t \quad | :4 \\ s = 2 - t \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{sin II:} \\ -2 - 7 \cdot (2 - t) = -5 - 4t \\ -2 - 14 + 7t = -5 - 4t \\ -16 + 7t = -5 - 4t \quad | +16 \\ 7t = 11 - 4t \quad | +4t \\ 11t = 11 \quad | :11 \\ t = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{t in s:} \\ s = 2 - t \quad | t=1 \\ s = 2 - 1 = 1 \rightarrow s=1 \\ \text{Probe in III:} \\ 8 - 8 \cdot 1 = 3 - 3 \cdot 1 \\ 8 - 8 = 3 - 3 \\ 0 = 0 \quad \checkmark \rightarrow g \cap h \end{array}$$

Schnittpunkt $\text{sin } g$:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{SP}(5|-9|0)$$