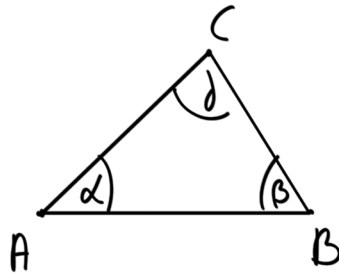


## Aufgabe:

Berechne die Winkel des Dreiecks, welches durch die Punkte A, B und C gebildet wird:  $A(1|0|2)$ ,  $B(-1|3|4)$ ,  $C(0|2|1)$



Berechnung  $\alpha$  mit  $\vec{AB}$  und  $\vec{AC}$ :

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = (-2) \cdot (-1) + 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \\ = 2 + 6 - 2 = 6$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 9 + 4} = \sqrt{17}$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{1 + 4 + 1} = \sqrt{6}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{6}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{6}} \quad | \cos^{-1}$$

$$\alpha \approx 53,55^\circ$$

Berechnung  $\beta$  mit  $\vec{BA}$  und  $\vec{BC}$ :

$$\vec{BA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + (-3) \cdot (-1) + (-2) \cdot (-3) \\ = 2 + 3 + 6 = 11$$

$$|\vec{BA}| = \sqrt{17}$$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 1 + 9} = \sqrt{11}$$

$$\cos(\beta) = \frac{11}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{11}} \quad | \cos^{-1}$$

$$\beta \approx 36,45^\circ$$

Berechnung  $\gamma$  mit Winkelsumme  $180^\circ$ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$53,55^\circ + 36,45^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$90^\circ + \gamma = 180^\circ \quad | -90^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ$$