5. Das Grenzwertverhalten

Was ist das Grenzwertverhalten?

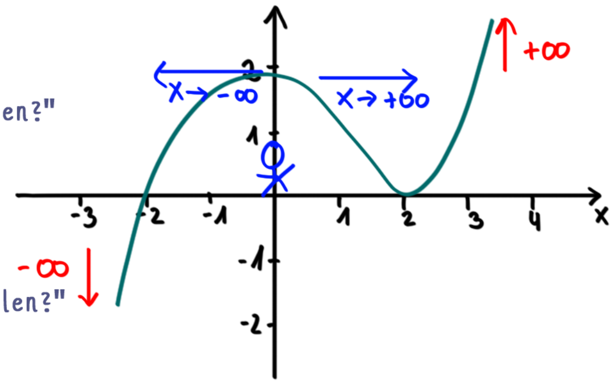
Anhand des Globalverhaltens bzw. Grenzwertverhaltens wird innerhalb der Kurvendiskussion ermittelt, wie sich die Funktionswerte in den Rändern, also für ansteigende x-Werte bzw. für immer kleiner werdende x-Werte verhalten. Es werden bei den ganzrationalen Funktionen und bei der e-Funktion also zwei Fälle unterschieden:

1.Fall: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = ?$

"Wohin gehen die Funktionswerte, wenn die x-Werte immer weiter steigen?"

2.Fall: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = ?$

"Wohin gehen die Funktionswerte, wenn die x-Werte immer weiter fallen?"



Bei ganzrationalen Funktionen

$f(x) = -2x^3 + 4x - 1$

1.Fall: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

NR: $-2x^3 = -2 \cdot x \cdot x \cdot x$

$\underbrace{\underbrace{- \cdot +}_{-} \cdot \underbrace{+ \cdot +}_{+}}_{-}$

2.Fall: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

NR: $-2x^3 = -2 \cdot x \cdot x \cdot x$

$\underbrace{\underbrace{- \cdot -}_{+} \cdot \underbrace{- \cdot -}_{+}}_{+}$

$g(x) = 4x^2 + 4x - 1$

1.Fall: $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

NR: $4x^2 = 4 \cdot x \cdot x$

$\underbrace{+ \cdot + \cdot +}_{+}$

2.Fall: $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

NR: $4x^2 = 4 \cdot x \cdot x$

$\underbrace{+ \cdot \underbrace{- \cdot -}_{+}}_{+}$

Tipp: Ist der höchste Exponent eine ungerade Zahl (wie in diesem Beispiel), dann liefert das Grenzwertverhalten zwei verschiedene Fälle, wenn er eine gerade Zahl ist, dann zwei gleiche Fälle!

Bei der e-Funktion

Bei der Bestimmung des Globalverhaltens der e-Funktion unterscheidest du ebenfalls diese beiden Fälle und es gilt:

- $e^{+\infty} \longrightarrow +\infty$ "Geht der Exponent gegen positiv Unendlich,dann geht die e-Funktion insgesamt gegen plus Unendlich."
- $e^{-\infty} \longrightarrow 0$ "Geht der Exponent gegen negativ Unendlich,dann geht die e-Funktion insgesamt gegen Null."

$$f(x) = (x^2-9)\cdot e^{2x}$$

1.Fall: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$$(x^2-9)\cdot e^{2x}, \quad 2x \to +\infty$$

$$\underbrace{(x^2-9)}_{+\infty}\cdot\underbrace{e^{2x}}_{+\infty} \longrightarrow +\infty$$

2.Fall: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$$(x^2-9)\cdot e^{2x}, \quad 2x \to -\infty$$

$$\underbrace{(x^2-9)}_{+\infty}\cdot\underbrace{e^{2x}}_{0} \longrightarrow 0$$

Übung:

a) $f(x) = -x^3+4x^2-5x+1$

b) $g(x) = (-2x^2+1)\cdot e^{2x-1}$

Siehe Meeting!

Übung:

a) $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 1$
b) $g(x) = (-2x^2 + 1) \cdot e^{2x-1}$

siehe Meeting!

Aufgabe:

Bestimme das Globalverhalten der gegebenen Funktionen für x gegen Unendlich und x gegen negativ Unendlich!

1. $f(x) = -5x^4 + 3x^2 - 4x + 1$
2. $g(x) = x^3 + 2x^2 - 1$
3. $h(x) = (x+4) \cdot e^{5x-1}$