

33. Integralfunktion

Eine Integralfunktion ist eine Funktion, die den Flächeninhalt zwischen dem Graphen und der x-Achse zwischen einem festen Startwert a (=untere Grenze) bis zu einem variablen Endwert x (=obere Grenze) angibt.

$$J_a(x) = \int_a^x f(t) dt \quad \begin{array}{l} \text{Grenze einsetzen} \\ \downarrow \\ J_a(x) = \text{orientierter Flächeninhalt von } a \text{ bis } x \end{array}$$

Es wird eine konkrete Stammfunktion berechnet, die in der unteren Grenze eine Nullstelle besitzt.
Es gilt:

$$\begin{array}{l} 1.) F(a) = 0 \\ 2.) J'_a(x) = f(x) \end{array}$$

Beispiel:

Bestimme die Integralfunktion
 $J_2(x) = \int_2^x f(t) dt$ zu $f(x) = x^2 - 3x + 2$

Nachweisen der Eigenschaften:

$$\begin{aligned} 1.) a=2 \text{ ist Nullstelle: } J_2(2) &= \frac{1}{3} \cdot 2^3 - \frac{3}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - \frac{2}{3} \\ &= \frac{8}{3} - 6 + 4 - \frac{2}{3} = 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.) J'_2(x) &= f(x): J'_2(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - \frac{3}{2} \cdot 2x + 2 \\ &= x^2 - 3x + 2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Aufgabe:

Bestimme die Integralfunktion:

$$J_4(x) = \int_4^x f(t) dt \text{ zu } f(x) = 2x - 4$$