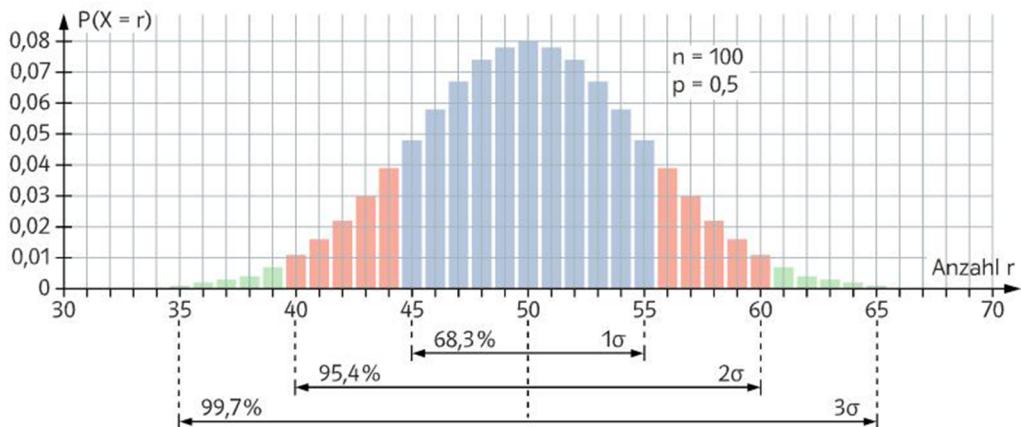


74. Sigma-Regeln

Bereich um den Erwartungswert, in dem eine bestimmte Prozentzahl liegt.



1σ -Intervall:

$$\begin{aligned} P(|X - \mu| \leq \sigma) &\approx 0,68 \rightarrow 68\% \\ \rightarrow P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) &\approx 0,68 \end{aligned}$$

2σ -Intervall:

$$\begin{aligned} P(|X - \mu| \leq 2\sigma) &\approx 0,954 \rightarrow 95,4\% \\ \rightarrow P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) &\approx 0,954 \end{aligned}$$

3σ -Intervall:

$$\begin{aligned} P(|X - \mu| \leq 3\sigma) &\approx 0,997 \rightarrow 99,7\% \\ \rightarrow P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) &\approx 0,997 \end{aligned}$$

Beispiel: $n=100 ; p=0,5$

$$\begin{aligned} \rightarrow \mu &= n \cdot p = 100 \cdot 0,5 = 50 \\ \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{100 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

$$\cdot 1\sigma\text{-Intervall: } [\mu - \sigma ; \mu + \sigma] \quad [50 - 5 ; 50 + 5] = [45 ; 55]$$

$$\cdot 2\sigma\text{-Intervall: } [\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma] \quad [50 - 2 \cdot 5 ; 50 + 2 \cdot 5] = [40 ; 60]$$

$$\cdot 3\sigma\text{-Intervall: } [\mu - 3\sigma ; \mu + 3\sigma] \quad [50 - 3 \cdot 5 ; 50 + 3 \cdot 5] = [35 ; 65]$$

Abschätzen von Summenwahrscheinlichkeiten mit Sigma-Regeln:

Beispiel: Schätze die Wk mithilfe der Sigma-Regeln an

X sei binomialverteilt mit $n=500$ und $p=0,6$.

Gesucht: $P(270 \leq X \leq 310)$

1) $E(X)$ & σ berechnen:

$$E(X) = n \cdot p = 500 \cdot 0,6 = 300$$

$$\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{500 \cdot 0,6 \cdot 0,4} \approx 10,95 > 3 \quad \checkmark$$

2) Abschätzung:

$$270 \leq X \leq 310 \quad | -300$$

$$1 - E(X)$$

$$-30 \leq X - 300 \leq 10$$

2. Mit σ darstellen

$$\frac{-30}{10,95} \cdot 0 \leq X - 300 \leq \frac{10}{10,95} \cdot 0$$

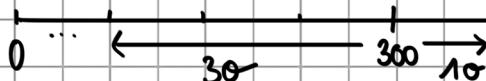
3. Bruch ausrechnen

$$-2,74 \cdot 0 \leq X - 300 \leq 0,91 \cdot 0$$

4. auf ganze Vielfache von σ runden

$$-3 \leq X - 300 \leq 1$$

$$E(X)$$



$$500$$

$$300$$

$$99,7\% : 2 \approx 49,85\% \quad 68,3\% : 2 \approx 34,15\%.$$

5. Wks berechnen & addieren
 $n \cdot \sigma \rightarrow \% : 2 = Wk$

$$P(270 \leq X \leq 310) = 49,85\% + 34,15\% = 84\%$$