

# 26. Stammfunktion

Es gibt nicht nur für die Bestimmung der Ableitung wesentliche Regeln, sondern ebenfalls für die Ermittlung der Stammfunktion.

## Die Potenzregel:

$$f(x) = a \cdot x^b \rightarrow F(x) = \frac{a}{b+1} \cdot x^{b+1}$$

„Im Exponenten +1 rechnen und den aktuellen Koeffizienten („Vorzahl“) durch den neuen Exponenten teilen!“

Hierbei stehen a und b für reelle Zahlen.

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \cdot x^3 \rightarrow F(x) = \frac{4}{3+1} \cdot x^{3+1} = \frac{4}{4} \cdot x^4 = 1x^4 = x^4 \\ g(x) &= 9 \cdot x^4 \rightarrow G(x) = \frac{9}{4+1} \cdot x^{4+1} = \frac{9}{5} \cdot x^5 \end{aligned}$$

Die Stammfunktion wird übrigens mit dem jeweiligen Großbuchstaben bezeichnet!

## Die Summenregel:

$$f(x) = g(x) \pm h(x) \rightarrow F(x) = G(x) \pm H(x)$$

„Alles was durch ein Plus oder Minus getrennt ist, wird einzeln aufgeleitet!“

$$f(x) = \underbrace{-x^3}_{1.} + \underbrace{6x^2}_{2.} - \underbrace{4x}_{3.} + \underbrace{1}_{4.} \rightarrow F(x) = \underbrace{-\frac{1}{4}x^4}_{1.} + \underbrace{2x^3}_{2.} - \underbrace{2x^2}_{3.} + \underbrace{1x}_{4.}$$

## Die Integrationskonstante C:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 + 6x \\ F(x) &= x^3 + 3x^2 + 0,5 \\ F(x) &= x^3 + 3x^2 \\ F(x) &= x^3 + 3x^2 - 2 \\ F(x) &= x^3 + 3x^2 + C \quad ; C \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

↑ Ausdruck um alle Stammfunktionen darzustellen!

Die Stammfunktion ist also nicht eindeutig, es gibt unendlich viele (da für C jede reelle Zahl eingesetzt werden kann).

## Stammfunktion durch gegebenen Punkt:

$$f(x) = 6x^2 + 4x^1 - 1 \quad P(1|12)$$

$$1. \quad F(x) = \frac{6}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 - 1x + C \\ = 2x^3 + 2x^2 - x + C$$

$$2. \quad 12 = 2 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 + C$$

$$3. \quad 12 = 2 + 2 - 1 + C$$

$$12 = 3 + C \quad | -3$$

$$9 = C$$

$$4. \quad F(x) = 2x^3 + 2x^2 - x + 9$$

### Schritte:

- 1.)  $F(x) + C$  bilden
- 2.) Punkt einsetzen
- 3.) Nach  $C$  auflösen
- 4.)  $C$  in  $F(x) + C$  einsetzen

### Übung:

Bestimme die Stammfunktion, die durch den Punkt geht!

$$g(x) = 3x^2 - 6x + 1, \quad P(1|4)$$

siehe Meeting!

## Wichtige Stammfunktionen:

$f(x)$	$F(x)$
$C$	$Cx$
$x^n$	$\frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1}$
$e^x$	$e^x$
$\ln(x)$	$-x + x \cdot \ln(x)$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{\frac{n}{n} + 1} \cdot x^{\frac{n}{n} + 1}$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$
$e^{\ln. Fkt.}$	$\frac{1}{(\ln. Fkt.)'} \cdot e^{\ln. Fkt.}$

## Eine Stammfunktion nachweisen:

Wenn deine Aufgabe darin besteht, dass du eine Stammfunktion nachweisen sollst, dann leitest du die gegebene Stammfunktion ab und zeigst, dass diese Ableitung der Ausgangsfunktion entspricht.

$$\text{Es gilt: } F'(x) = f(x)$$

**Beispiel:** Zeige, dass  $F(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$  eine Stammfunktion von  $f(x) = 3x^2 + 4x - 5$ !

$$F'(x) = 3x^2 + 4x - 5 = f(x)$$

## Eine Stammfunktion der e-Funktion:

e-Funktion	Stammfunktion
$e^x$	$e^x$
Zahl $\cdot e^x$	Zahl $\cdot e^x$
lin. Fkt. $e$	$\frac{1}{(\text{lin. Fkt.})'} \cdot e^{\text{lin. Fkt.}}$

**Beispiel:**

$$f(x) = e^{3x+1} \rightarrow f'(x) = 3e^{3x+1}, F(x) = \frac{1}{3}e^{3x+1}$$
$$g(x) = 2 \cdot e^{8x-2} \rightarrow g'(x) = 2 \cdot 8 \cdot e^{8x-2} = 16e^{8x-2}, G(x) = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot e^{8x-2} = \frac{1}{4}e^{8x-2}$$

**Aufgabe:**

Gebe diejenige Stammfunktion von  $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 5$  an, die durch  $P(-1|15)$  geht!

**Aufgabe:**

Bestimme die Stammfunktion von

- $f(x) = e^{5x+1}$
- $g(x) = -4 \cdot e^{3x-2}$