

19. Steckbriefaufgaben

Was sind Steckbriefaufgaben?

Bei Steckbriefaufgaben sind die Eigenschaften einer Funktion gegeben und die zugehörige Funktionsvorschrift ist gesucht.

Fester Ablauf:

Die Funktionsermittlung erfolgt nach einem festen Ablauf:

- 1.) Allgemeine Funktionsgleichung aufstellen.
- 2.) Symmetrie gegeben? Wenn ja, allgemeine Funktionsgleichung anpassen.
- 3.) Aus gegebenen Eigenschaften Gleichungen erstellen (LGS).
- 4.) LGS lösen (Einsetzungs-, Gleichsetzungs-, Additions-, oder Gaußverfahren).
- 5.) Berechnete Parameter in allgemeine Funktionsgleichung einsetzen.
- 6.) Wenn nötig, die hinreichenden Bedingungen überprüfen.

Übersetzungshilfen (Schritt 3)

Text	Gleichung(en)
... geht durch den Punkt $P(1/3)$	$f(1) = 3$
... hat eine Nullstelle bei $x=2$	$f(2) = 0$
... berührt die x-Achse bei $x=-3$	$f(-3) = 0$ und $f'(-3) = 0$
... schneidet die y-Achse bei $y=-1$	$f(0) = -1$
... hat einen TP/HP bei $P(1/4)$	$f(1) = 4$ und $f'(1) = 0$

Text	Gleichung(en)
... hat eine Hoch(Tief-)stelle bei $x=4$	$f'(4)=0$
... hat einen WP bei $W(-1/3)$	$f(-1)=3$ und $f''(-1)=0$
... hat einen SP bei $S(3/6)$	$f(3)=6, f'(3)=0$ und $f''(3)=0$
... besitzt bei $x=1$ die Steigung 5	$f'(1)=5$
... hat in $x=2$ die selbe Steigung wie $y=6x+1$	$f'(2)=6$
... hat in $x=4$ die Tangente $y=2x+1$	$f(4)=9$ und $f'(4)=2$
... die Tangente in $P(1/5)$ ist parallel zur Geraden $y=4x$	$f(1)=5$ und $f'(1)=4$

Beispiel

Gesucht ist eine punktsymmetrische Funktion 3. Grades, die im Punkt $P(1/2)$ einen Hochpunkt besitzt!

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$\rightarrow \text{Symmetrie: } f(x) = ax^3 + cx \quad f'(x) = 3ax^2 + c$$

\rightarrow Gleichungen:

$$\text{Punkt } (1/2) \rightarrow f(1/2) = 2 \rightarrow a \cdot \frac{1}{8} + c \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$\text{I } a + c = 2$$

$$f'(1/2) = 0 \rightarrow 3a \cdot \frac{1}{4} + c = 0$$

$$\text{II } 3a + c = 0 \quad | -3a$$

\rightarrow Lösen:

$$c = -3a$$

$$c \text{ in I: } a + (-3a) = 2$$

$$-2a = 2 \quad | :(-2)$$

$$a = -1$$

$$c = -3 \cdot (-1) = 3$$

$$\rightarrow \text{aufstellen: } f(x) = -1x^3 + 3x$$

Trassierungsaufgaben

Das Ziel von Trassierungsaufgaben ist es, zwei gegebene Funktionen, die zum Beispiel zwei Straßen repräsentieren, zu verbinden.

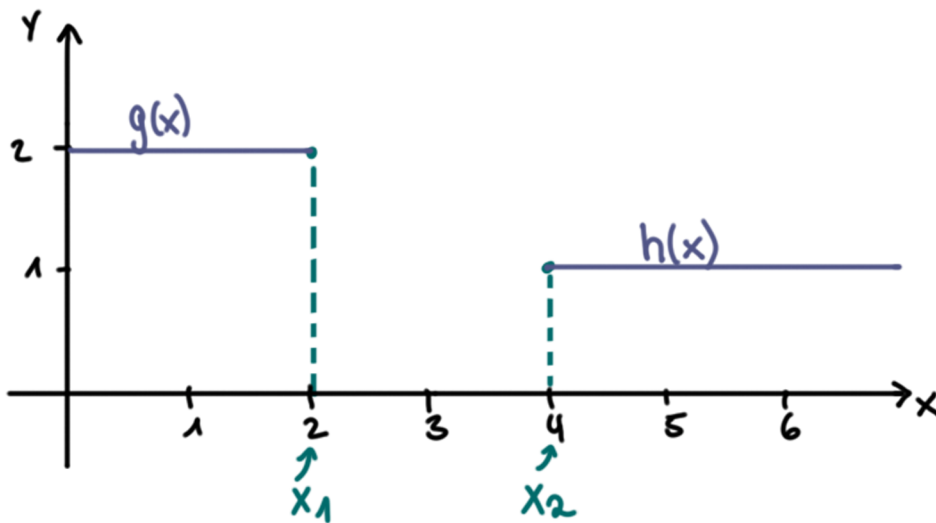
Je nachdem, welche Anforderungen an die gesuchte Funktion gestellt werden, brauchst du hier eine Funktion 3. oder aber 5. Grades!

... gesucht ist eine Funktion, die knickfrei ist

→ Funktion 3. Grades: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

... gesucht ist eine Funktion, die ruckfrei ist

→ Funktion 5. Grades: $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$



Bedingungen:

ohne Sprung → $f(x_1) = g(x_1)$ und $f(x_2) = h(x_2)$

ohne Knick (knickfrei) → $f'(x_1) = g'(x_1)$ und $f'(x_2) = h'(x_2)$

ohne Krümmungsruck (ruckfrei) → $f''(x_1) = g''(x_1)$ und $f''(x_2) = h''(x_2)$

Übung:

Gesucht ist eine achsensymmetrische Funktion 4. Grades, die im Punkt $P(2/4)$ einen Wendepunkt besitzt und in $x=1$ parallel zur Geraden $y=11x+4$ ist!

siehe Meeting!

Aufgabe

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion 3. Grades, die einen Wendepunkt in $(0/1)$ und einen Hochpunkt in $(1/2)$ besitzt!