

25. Funktionstransformation

$$g(x) = a \cdot f(b \cdot (x + c)) + d \quad \text{mit } a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

Unter der Funktionstransformation versteht man das Verändern einer Funktion. Hierbei stehen die Buchstaben a, b, c und d für verschiedene Veränderungen und haben somit auch eine andere Aufgabe bzw. Auswirkung auf eine gegebene Ausgangsfunktion.

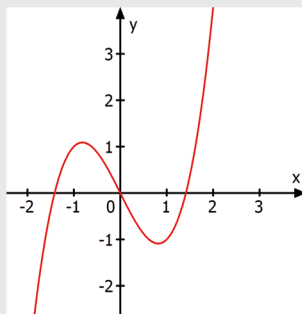
Der Buchstabe a:

$$g(x) = a \cdot f(x)$$

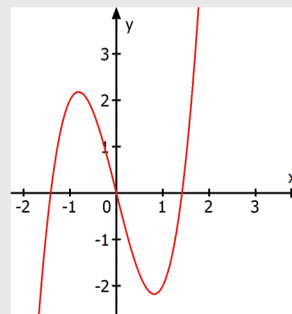
a: Streckung bzw. Stauchung in Richtung der y-Achse

Beispiel:

$$f(x) = x^3 - 2x$$

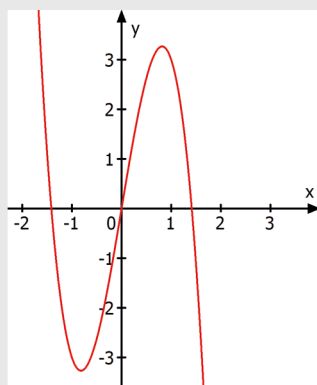


$$g(x) = 2 \cdot f(x) = 2 \cdot (x^3 - 2x) = 2x^3 - 4x$$



Es gilt: $a > 1 \rightarrow$ Streckung
 $0 < a < 1 \rightarrow$ Stauchung

Wenn das a zudem noch negativ ist, dann wird der Graph außerdem an der x-Achse gespiegelt!



$$h(x) = -3 \cdot f(x) = -1 \cdot 3 \cdot f(x)$$

Spiegelung an x-Achse Streckung um den Faktor 3.

- Nullstellen bleiben unverändert
- Höhe der Extrema ändert sich

Der Buchstabe b:

$$g(x) = f(b \cdot x)$$

b: Streckung bzw. Stauchung in Richtung der x-Achse

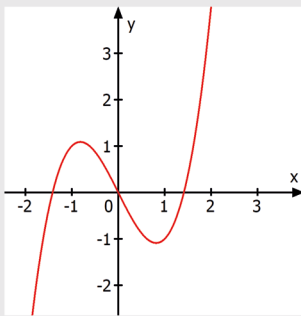
Berechnung des Streckfaktors: $\frac{1}{b}$

Es gilt: $b > 1 \rightarrow$ Streckfaktor $\frac{1}{b} \rightarrow$ Stauchung
 $0 < b < 1 \rightarrow$ Streckfaktor $\frac{1}{b} \rightarrow$ Streckung

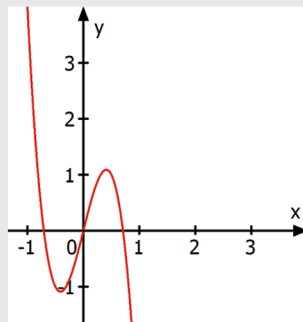
Wenn das b zudem noch negativ ist, dann wird der Graph außerdem an der y-Achse gespiegelt!

Beispiel:

$$f(x) = x^3 - 2x$$



$$g(x) = f(-2 \cdot x) = (-2x)^3 - 2 \cdot (-2x)$$



$g(-2x) = g(-1 \cdot 2 \cdot x)$
Spiegelung an y-Achse \rightarrow Faktor: $\frac{1}{2} \rightarrow$ Stauchung

\rightarrow Nullstellen ändern sich

\rightarrow Höhe der Extrema bleibt unverändert

Der Buchstabe c:

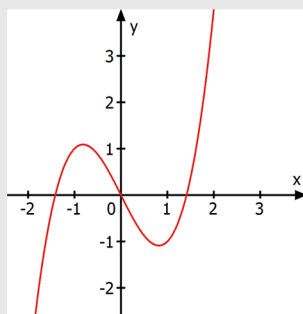
$$g(x) = f(x+c)$$

c: Verschiebung nach rechts bzw. links

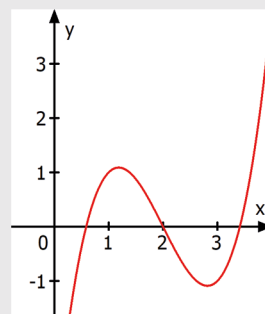
Es gilt: $c > 0 \rightarrow$ Verschiebung nach links
 $c < 0 \rightarrow$ Verschiebung nach rechts

Beispiel:

$$f(x) = x^3 - 2x$$



$$g(x) = f(x-2) = (x-2)^3 - 2 \cdot (x-2)$$



$c = -2 \rightarrow 2$ Einheiten nach rechts

Der Buchstabe d:

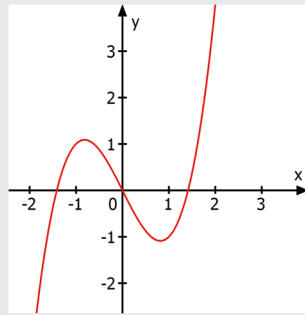
$$g(x) = f(x) + d$$

d: Verschiebung nach oben bzw. unten

Es gilt: $d > 0 \rightarrow$ Verschiebung nach oben
 $d < 0 \rightarrow$ Verschiebung nach unten

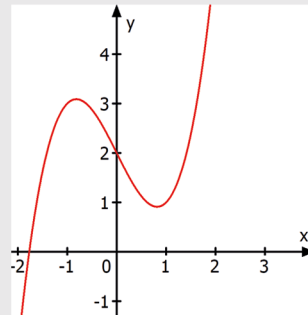
Beispiel:

$$f(x) = x^3 - 2x$$



$$g(x) = f(x) + 2 = x^3 - 2x + 2$$

$d=2 \rightarrow$ 2 Einheiten nach oben



Insgesamt:

$$f(x) = x^3$$

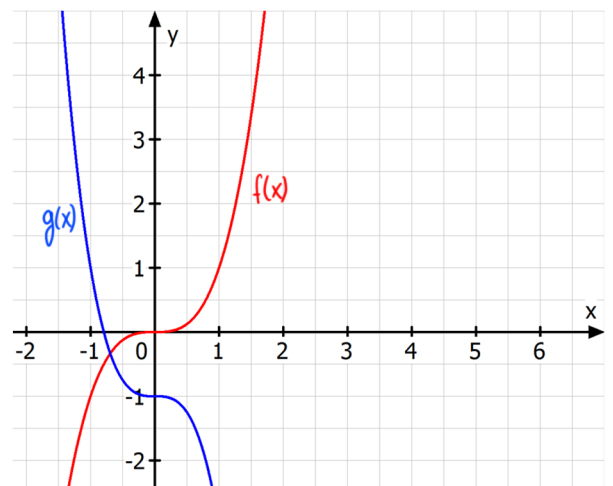
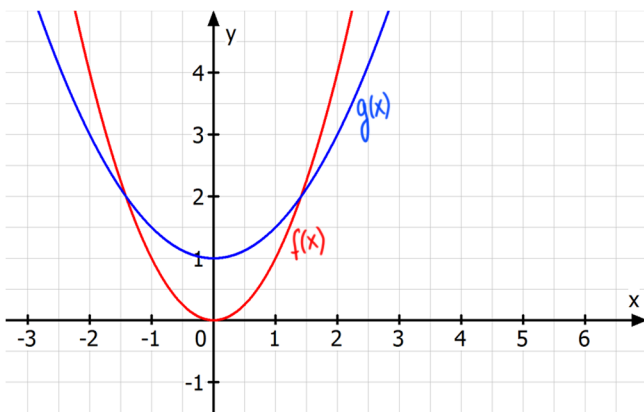
Spiegelung an y & Streckung um 3 (x-Richtung)

$$\rightarrow g(x) = 2 \cdot f(-3 \cdot (x-2)) - 1$$

Streckung um 2 entlang y!
 2 nach rechts
 1 nach unten

Übung:

Beschreibe durch welche Veränderungen der Graph von $g(x)$ aus dem Graphen von $f(x)$ hervorgeht und gebe die Parameter a , b , c und d an!



Aufgabe:

Beschreibe durch welche Veränderungen der Graph von $g(x)$ aus dem Graphen von $f(x)$ hervorgeht und gebe die Parameter a , b , c und d an!

