

Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

a) Berechne die momentane Änderungsrate in $x_0 = -1$ mithilfe der h-Methode.

b) Berechne die momentane Änderungsrate in $x_0 = 1$ mithilfe der 1. Ableitung.

c) Berechne die durchschnittliche Änderungsrate in $x \in [0; 2]$.

$$a) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

$$\begin{aligned} \text{NR: } f(-1+h) &= -(-1+h)^2 + 2 \cdot (-1+h) - 1 \\ &= -(1-2h+h^2) - 2 + 2h - 1 \\ &= -1 + 2h - h^2 - 2 + 2h - 1 \\ &= -h^2 + 4h - 4 \\ f(-1) &= -(-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 1 = -1 - 2 - 1 = -4 \end{aligned}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 + 4h - 4 - (-4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 + 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cdot (-h + 4)}{h}$$

$$= -0 + 4 = 4$$

$$b) f'(x) = -2x + 2$$

$$f'(-1) = -2 \cdot (-1) + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$c) f(0) = -0^2 + 2 \cdot 0 - 1 = -1 \rightarrow P_1 \begin{matrix} x_1 & y_1 \\ 0 & -1 \end{matrix}$$

$$f(2) = -2^2 + 2 \cdot 2 - 1 = -4 + 4 - 1 = -1 \rightarrow P_2 \begin{matrix} x_2 & y_2 \\ 2 & -1 \end{matrix}$$

$$m = \frac{-1 - (-1)}{2 - 0} = \frac{-1 + 1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$