

# Aufgabe

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion 3. Grades, die einen Wendepunkt in  $(0/1)$  und einen Hochpunkt in  $(1/2)$  besitzt!

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$\text{HP}(1/2): f(1) = 2 \rightarrow \text{I } a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 2$$

$$\text{I } a + b + c + d = 2$$

$$f'(1) = 0 \rightarrow \text{II } 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + c = 0$$

$$\text{II } 3a + 2b + c = 0$$

$$\text{WP}(0/1): f(0) = 1 \rightarrow \text{III } a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 1$$

$$\text{III } d = 1$$

$$f''(0) = 0 \rightarrow \text{IV } 6a \cdot 0 + 2b = 0$$

$$\text{IV } 2b = 0 \quad | :2$$

$$\text{IV } b = 0$$

$$b \text{ \& } d \text{ in I: I } a + 0 + c + 1 = 2 \quad | -1$$

$$a + c = 1$$

$$b \text{ \& } d \text{ in II: II } 3a + 2 \cdot 0 + c = 0$$

$$3a + c = 0 \quad | -3a$$

$$c = -3a$$

$$c \text{ in I: } a - 3a = 1$$

$$-2a = 1 \quad | :(-2)$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$c = -3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$f(x) = -0,5x^3 + 1,5x + 1$$

$$f'(x) = -1,5x^2 + 1,5$$

$$f''(x) = -3x$$

$$f''(1) = -3 \cdot 1 = -3 < 0 \rightarrow \text{HP} \checkmark$$

$$f'''(x) = -3$$

$$f'''(0) = -3 \neq 0 \rightarrow \text{WP} \checkmark$$