21. Änderungsraten

Grundsätzlich werden zwei Arten von Änderungsraten unterschieden: die momentane Änderungsrate und die durchschnittliche Änderungsrate. Die momentane Änderungsrate entspricht der Steigung der Tangente. Die durchschnittliche Änderungsrate entspricht der Steigung der Sekante, die mithilfe von zwei Punkten ermittelt wird.

Die momentane Änderungsrate:

Die momentane Änderungsrate beschreibt die Steigung einer Funktion in einem Punkt bzw. in einer Stelle und wird mithilfe der h-Methode oder mithilfe der ersten Ableitung berechnet. Liefern diese Rechnungen ein positives Ergebnis, also eine positive Steigung, dann ist der zugehörige Graph der Funktion steigend, wenn negativ, dann fallend und wenn Null, dann weder steigend noch fallend.

Beispiel

Mit h-Methode: $f(x) = -x^2 + 2x$ in $x_0 = 1$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Schritte:

1.) x_0 in Formel einsetzen
2.) f(1+h) und f(1) bilden
3.) In Formel einsetzen
4.) Vereinfachen
5.) h ausklammern, kürzen
6.) Für h Null einsetzen und ausrechnen

Übung: Bestimme die momentane Änderungsrate mithilfe der h-Methode!

$f(x) = x^2 - 6x + 1$, $x_0 = -1$

Beispiel

Mit der 1. Ableitung: $f(x) = x^3 - x + 1$ in $x_0 = -1$

In Textaufgaben ist die momentane Änderungsrate häufig die Steigung bzw. die Veränderung in einem gegebenen ZeitPUNKT. Die durchschnittliche Änderungsrate die Steigung bzw. die Veränderung in einem gegebenen ZeitRAUM. Sie wird mithilfe des Differenzenquotienten berechnet.

Die durchschnittliche Änderungsrate:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$f(x) = x^2 - 4x \quad \text{in } x \in [0;1]$

Übung: Bestimme die durchschnittliche Änderungsrate.

$f(x) = x^3 - 4x^2 + 1, \; x \in [-1;1]$

Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

a) Berechne die momentane Änderungsrate in $x_0 = -1$ mithilfe der h-Methode.

b) Berechne die momentane Änderungsrate in $x_0 = 1$ mithilfe der 1. Ableitung.

c) Berechne die durchschnittliche Änderungsrate in $x \in [0;2]$.