

# 36. Grundrechenarten

## Addition:

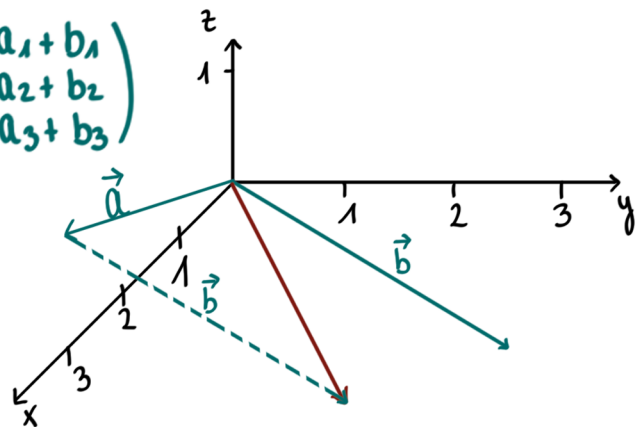
Die Addition funktioniert koordinatenweise. Das heißt du addierst für die x-Koordinate des Ergebnisses die jeweils ersten Koordinaten, für die y-Koordinate die mittleren und für die z-Koordinate die unteren.

$$\rightarrow \text{Allgemein: } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Vektoren sind dann gleich, wenn sie die selbe Länge und die selbe Richtung besitzen!

Graphisch gesehen passiert bei der Addition zweier Vektoren folgendes: Der zweite Vektor wird an die Spitze des ersten angehängt. Der Ergebnisvektor startet somit im Anfangspunkt (Fuß genannt) des ersten und geht bis zur Spitze des zweiten Vektors.

## Subtraktion:

Die Subtraktion ist der Addition sehr ähnlich, denn auch sie funktioniert komponentenweise.

$$\rightarrow \text{Allgemein: } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$$

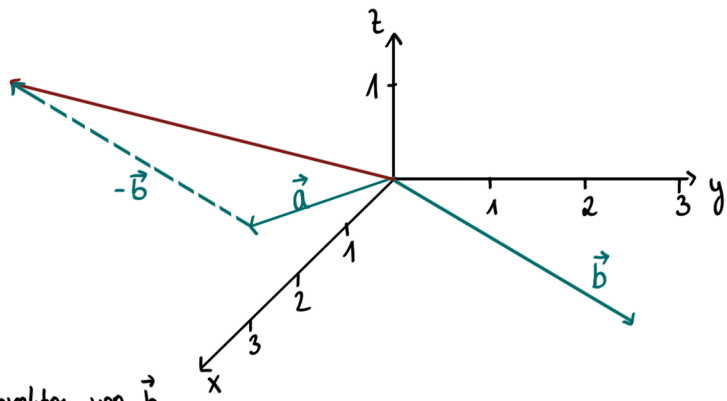
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Tipp zum zeichnen:  $\vec{a} - \vec{b}$

$$= \vec{a} + (-\vec{b})$$

↑ Gegenvektor von  $\vec{b}$



Die graphische Bedeutung der Subtraktion:

Mit dem Wissen der graphischen Bedeutung der Addition lässt sich die Subtraktion sehr leicht verstehen. Jede Subtraktion lässt sich nämlich als Addition darstellen:

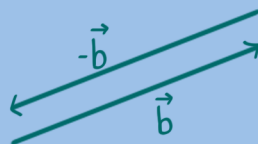
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

↑ Gegenvektor zu  $\vec{b}$

Also wird der Gegenvektor von  $\vec{b}$  an die Spitze von  $\vec{a}$  angehängt. Der Ergebnisvektor startet somit in im Fuß des Vektors  $\vec{a}$  und endet in der Spitze des Gegenvektors von  $\vec{b}$ .

## Exkurs: Gegenvektor

Der Gegenvektor ist derjenige Vektor, der entsteht, wenn der Ausgangsvektor um  $180^\circ$  gedreht wird. Er hat somit die gleiche Länge wie der Ausgangsvektor.



Wenn du alle Vorzeichen des Ausgangsvektors umdrehst, dann erhältst du den Gegenvektor!

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad -\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

sind somit Gegenvektoren.

## Skalarmultiplikation:

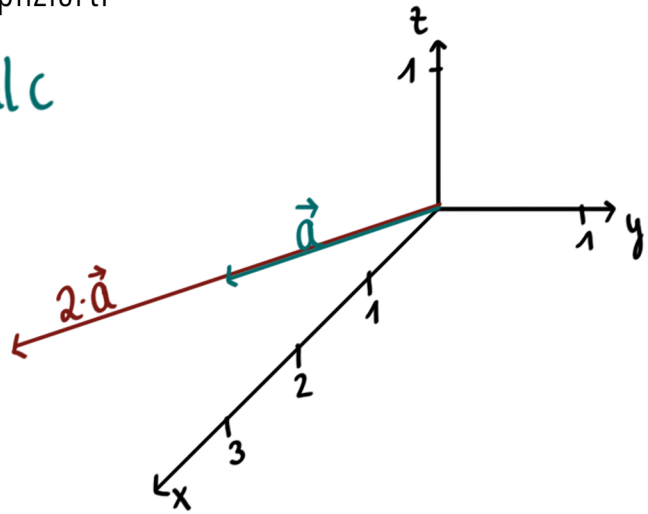
Wenn ein Vektor mit einer Zahl multipliziert wird, dann wird jede Koordinate des Vektors mit dieser Zahl multipliziert.

→ Allgemein:  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ ; Zahl  $c$

$$c \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \cdot a_1 \\ c \cdot a_2 \\ c \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; c = 2$$

$$c \cdot \vec{a} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Graphische Bedeutung:

- Wenn  $0 < c < 1$  Der Vektor  $\vec{a}$  wird um den Faktor  $c$  verkürzt.
- Wenn  $c > 1$  Der Vektor  $\vec{a}$  wird um den Faktor  $c$  verlängert.
- Wenn die Zahl außerdem noch negativ ist, dann wird der gegebene Vektor zusätzlich  $180^\circ$  gedreht, z.B.  $c = -2$

$$\begin{array}{c} 180^\circ \text{ Drehung} \\ \downarrow \\ -2 \cdot \vec{a} = -1 \cdot 2 \cdot \vec{a} \\ \uparrow \\ \text{Verlängerung} \\ \text{um Faktor 2} \end{array}$$

## Aufgabe:

Berechne:

(1)  $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(2)  $-4 \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$