

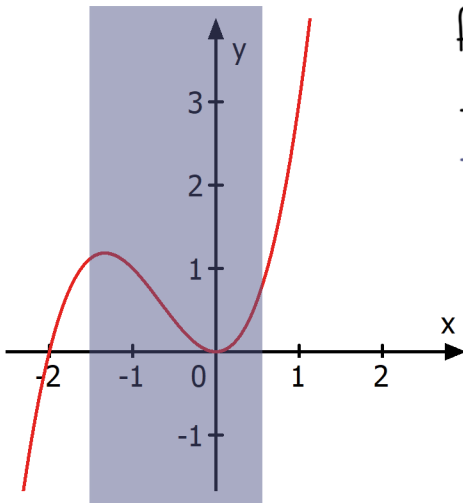
13. Die Randwerte

Randwerte können nur bei Funktionen auftreten, die Ränder besitzen. Dies ist dann der Fall, wenn nicht die komplette Funktion betrachtet wird, sondern lediglich ein Ausschnitt:

z.B. $x \in [-1; 2]$ „x ist Element von...“ → Es wird lediglich der Bereich zwischen -1 und 2 auf der x-Achse betrachtet! Der untere Rand ist also -1 und der obere Rand 2!

Randwerte können bei der Untersuchung von Extrema und Wendepunkten auftreten!

Bei Extrema



$$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1,5; 0,5]$$

→ HP(- $\frac{4}{3}$ | 1,2) und TP(0|0)

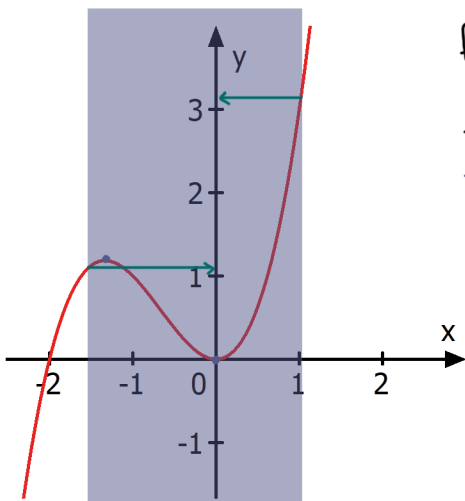
→ Randuntersuchung: unterer Rand und oberer Rand in die Funktion einsetzen.

$$f(-1,5) = (-1,5)^3 + 2 \cdot (-1,5)^2 = 1,13$$

Deutung: 1,13 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum.

$$f(0,5) = 0,5^3 + 2 \cdot 0,5^2 = 0,625$$

Deutung: 0,625 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum.



$$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1,5; 1]$$

→ HP(- $\frac{4}{3}$ | 1,2) und TP(0|0)

→ Randuntersuchung: unterer Rand und oberer Rand in die Funktion einsetzen

$$f(-1,5) = (-1,5)^3 + 2 \cdot (-1,5)^2 = 1,13$$

Deutung: 1,13 ist weder höher als der HP, noch tiefer als der TP → kein Randextremum

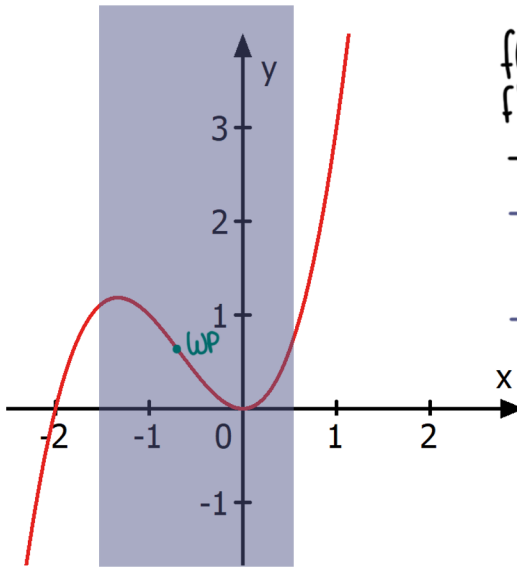
$$f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^2 = 3$$

Deutung: 3 ist höher als die y-Koordinate des HP's

→ hier liegt ein **Randextremum** vor!

Bei Wendepunkten

Bei den Wendepunkten wird die Steigung in den WP's mit den Steigungen in den Rändern verglichen.



$$f(x) = x^3 + 2x^2 \quad x \in [-1,5; 0,5]$$

$$f'(x) = 3x^2 + 4x$$

$$\rightarrow \text{WP}(-0,67; 0,6)$$

→ Steigung im WP:

$$f'(-0,67) = 3 \cdot (-0,67)^2 + 4 \cdot (-0,67) = -1,3$$

→ Steigung in den Rändern:

$$f'(-1,5) = 3 \cdot (-1,5)^2 + 4 \cdot (-1,5) = 0,75$$

$$f'(0,5) = 3 \cdot (0,5)^2 + 4 \cdot (0,5) = 2,75$$

Deutung: Im Wendepunkt ist die stärkste Abnahme.

In der oberen Grenze die stärkste Zunahme!

Übung:

$$f(x) = 2x \cdot e^{1-x}, \quad x \in [0; 2] \quad \text{stärkste Änderungsrate}$$

$$f'(x) = e^{1-x}(-2x+2)$$

$$f''(x) = e^{1-x}(2x-2)$$

$$f'''(x) = e^{1-x}(-2x+4)$$

Siehe Meeting!

Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion $f(x)$. Bestimme das absolute Maximum bzw. das absolute Minimum!

1. $f(x) = -2x^2 + 4x, \quad x \in [0; 3]$

Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion $f(x)$. In welcher Stelle ist die Änderungsrate am größten?

1. $f(x) = x^3 + 6x^2, \quad x \in [-3; 2]$