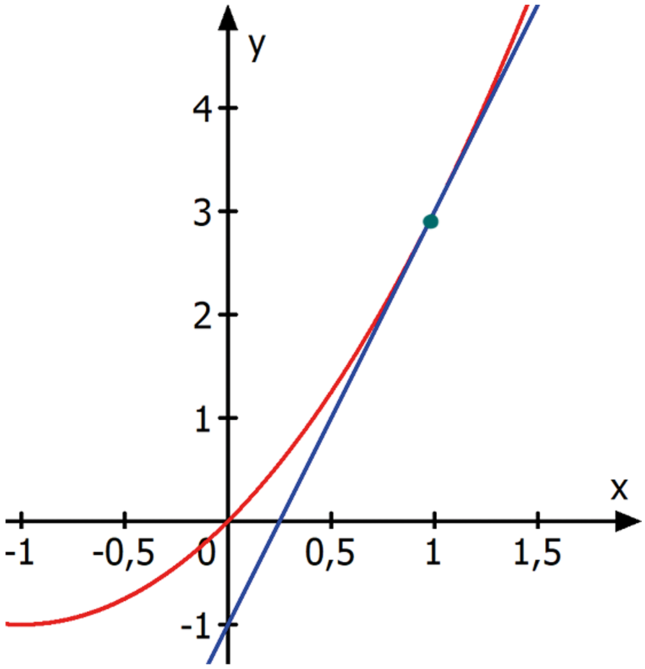
16. Spezielle Geraden

Die Tangente

Die Tangente ist eine Gerade (also hat sie die Form y=m·x+b), die mithilfe eines Punktes einer Funktion aufgestellt wird und dieselbe Steigung hat wie die Funktion in diesem Punkt!



Beispiel

$f(x) = 2e^{x^2-1}+3$ in $x_0=1$

1) $f(1) = 2\cdot e^{1^2-1}+3 = 2\cdot e^0+3 = 2\cdot 1+3 = 5 \rightarrow y=5$

2) $f'(x) = 2\cdot 2x\cdot e^{x^2-1}$

$= 4xe^{x^2-1}$

$f'(1) = 4\cdot 1\cdot e^{1^2-1} = 4e^0 = 4\cdot 1 = 4 \rightarrow m=4$

3) $5 = 4\cdot 1 + b$

$5 = 4 + b \quad |-4$

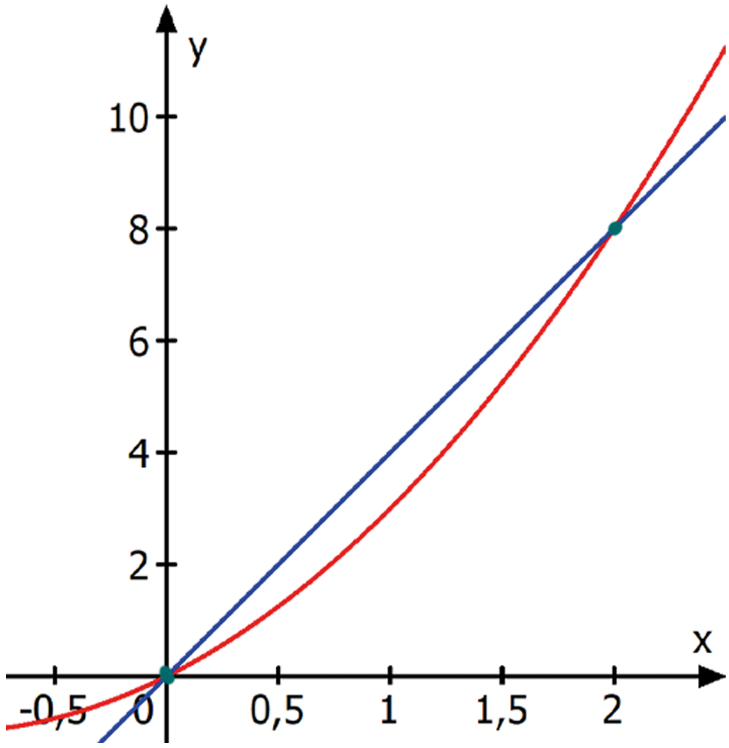
$1 = b$

4) $t: y = 4x+1$

Übung: $f(x) = 3e^{x^2-1} + x^2$ in $x_0 = 1$ siehe Meeting!

Die Sekante

Die Sekante ist eine Gerade (also hat sie die Form y=m·x+b), die mithilfe zweier Punkte einer Funktion aufgestellt wird!



Beispiel

$f(x) = x^2 + 4x - 1$ in $x_1 = 0$ & $x_2 = 1$

1.) $f(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 - 1 = -1 \longrightarrow y_1 = -1$

$f(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 = 1 + 4 - 1 = 4 \longrightarrow y_2 = 4$

2.) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-(-1)}{1-0} = \frac{4+1}{1} = \frac{5}{1} = 5 \longrightarrow m = 5$

3.) $-1 = 5 \cdot 0 + b$

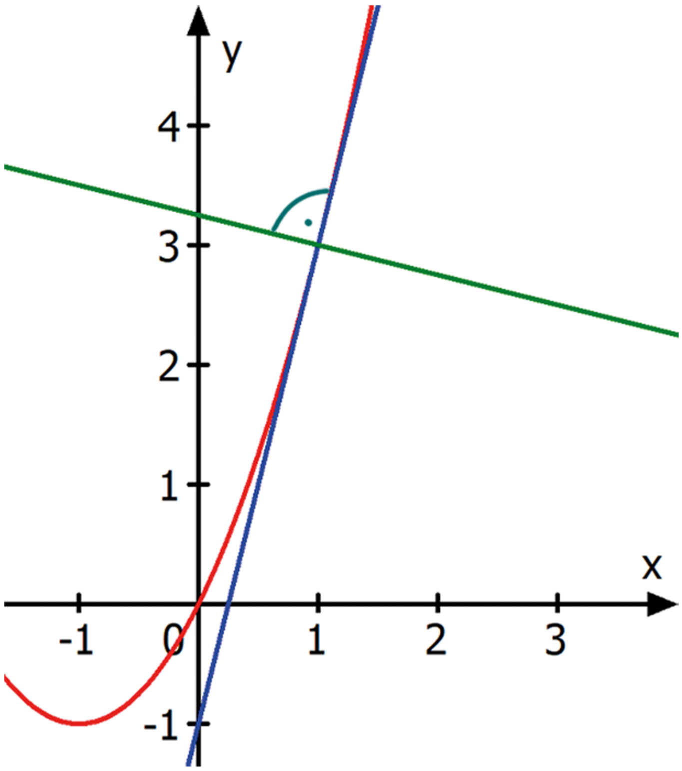
$-1 = b$

4.) $s: \; y = 5x - 1$

Übung: $f(x) = 2x^2 + 4x$ in $x \in [0; 1]$ siehe Meeting!

Die Normale

Die Normale ist eine Gerade (also hat sie die Form y=m·x+b), die senkrecht zur Tangenten ist. Sie schneiden sich also in einem 90 Grad Winkel!



Beispiel

$f(x)=3e^{x^2-1}$ in $x_0=1$

1) $f(1)=3\cdot e^{1^2-1}=3e^0=3\cdot1=3 \longrightarrow y=3$

2) $f'(x)=3\cdot 2x\cdot e^{x^2-1}$

$f'(x)=6xe^{x^2-1}$

$f'(1)=6\cdot1\cdot e^{1^2-1}=6e^0=6\cdot1=6 \longrightarrow m_n=-\frac{1}{6}$

3) $3=-\frac{1}{6}\cdot1+b$

$3=-\frac{1}{6}+b \quad |+\frac{1}{6}$

$\frac{19}{6}=b$

4) $y=-\frac{1}{6}x+\frac{19}{6}$

Übung: $f(x) = -4e^{x-1}$ in $x_0 = 1$

siehe Meeting!

Aufgabe:

Stelle die Funktionsgleichung der zugehörigen Tangente auf:

1. $f(x) = -2x^2 + 6x$ in $x_0 = -1$

Stelle die Funktionsgleichung der zugehörigen Sekante auf:

2. $g(x) = x^3 - 4x$ in $[0;3]$

Stelle die Funktionsgleichung der zugehörigen Normalen auf:

3. $h(x) = -x^2 + x$ in $x_0 = 1$