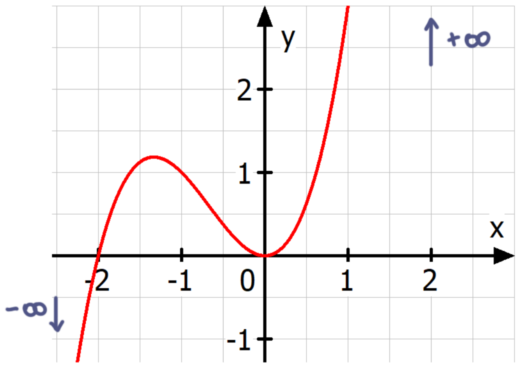
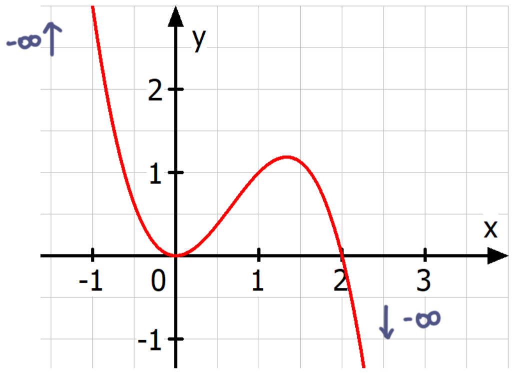
11. Der Wertebereich

Der Wertebereich ist der Zahlbereich, den die Funktionswerte (y-Werte) annehmen können!

Es gibt zwei Möglichkeiten zur Bestimmung:
 a) Anhand des Funktionsgraphen
 b) Mithilfe des Grenzwertverhaltens und der Extrema

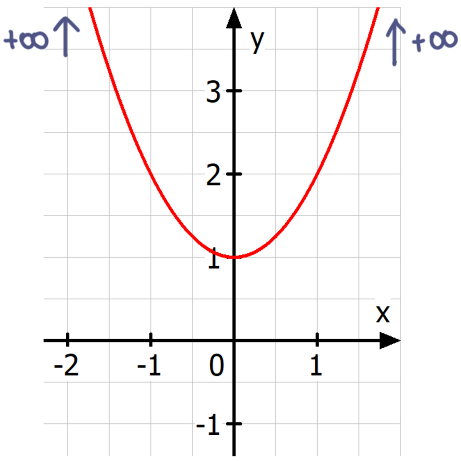
a) Anhand des Funktionsgraphen



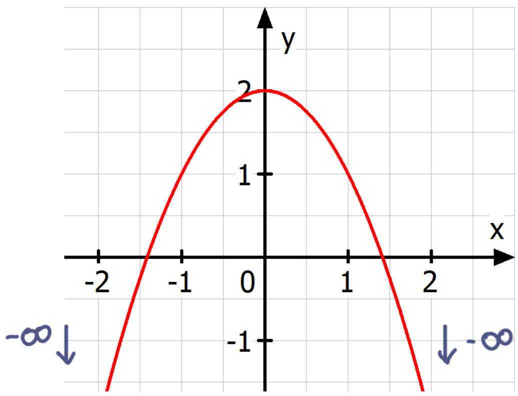


Zwei unterschiedl. Äste

$\Rightarrow$ IMMER: $W: y = \mathbb{R}$



$\Rightarrow W: y \geq 1$



$\Rightarrow W: y \leq 2$

Zwei gleiche Äste

→ b) Mithilfe des Grenzwertverhaltens und ggfs. mit Extrema:

- Grenzwertverhalten liefert zwei unterschiedliche Fälle:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \; ; \; \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

oder

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty \; ; \; \lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

IMMER $W: y = \mathbb{R}$

- Grenzwertverhalten liefert zwei gleiche Fälle:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \; ; \; \lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

=> Es kommt auf die y-Koordinate des absoluten TP's an:

$TP_1(-1|-3)$; $HP(0|2)$; $TP_2(1|-2)$

$W: y = \mathbb{R}^{\geq -3}$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty \; ; \; \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

=> Es kommt auf die y-Koordinate des absoluten HP's an:

$TP_1(-1|-3)$; $HP_1(0|2)$; $TP_2(1|-2)$, $HP_2(2|4)$

$W: y = \mathbb{R}^{\leq 4}$

Beispiel

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\rightarrow y = \mathbb{R}$

$g(x) = x^2 + 4x$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

Extremum berechnen

$g'(x) = 2x + 4$ $\quad g''(x) = 2$

notw. Bed.: $g'(x) = 0$ $\quad 2x + 4 = 0 \quad |-4$

$2x = -4 \quad |:2$

$x = -2$

hinr. Bed.: $g'(x) = 0$ & $g''(x) \neq 0$

$g''(-2) = 2 > 0 \rightarrow TP$

$g(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) = 4 - 8 = -4 \rightarrow TP(-2|-4)$

$\rightarrow y \geq -4$

Übung:

a) $f(x) = 2x - 4$
b) $g(x) = x^4 + 8x^3$

siehe Meeting!

Aufgabe:

Bestimme rechnerisch den Wertebereich

1. $f(x) = x^3 + 6x^2 - 1$