

AG7

a) Nullstellen: $f(x) = 0$

$$(x^2 - 6) \cdot e^{-0.5x} = 0 \quad | : e^{-0.5x}$$
$$x^2 - 6 = 0 \quad | +6$$
$$x^2 = 6 \quad | \sqrt{}$$

$$x_1 = -\sqrt{6} \text{ n. rel.}$$

$$x_2 = \sqrt{6} \approx 2,45$$

Der Graben ist ca. 2,45m breit

b) $f(2) = (2^2 - 6) \cdot e^{-0.5 \cdot 2} = (4 - 6) \cdot e^{-1} = -2e^{-1} \approx -0,7$

Bei einer Weite von 2m ist er ca. 0,7m tief.

c) Ableitungen:

$$u(x) = x^2 - 6$$

$$u'(x) = 2x$$

$$v(x) = e^{-0.5x}$$

$$v'(x) = -0.5 \cdot e^{-0.5x}$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^{-0.5x} + (x^2 - 6) \cdot (-0.5 \cdot e^{-0.5x})$$

$$= e^{-0.5x} \cdot (2x + (x^2 - 6) \cdot (-0.5))$$

$$= e^{-0.5x} \cdot (2x - 0.5x^2 + 3)$$

$$= e^{-0.5x} \cdot (-0.5x^2 + 2x + 3)$$

$$u(x) = -0.5x^2 + 2x + 3$$

$$u'(x) = -1x + 2$$

$$v(x) = e^{-0.5x}$$

$$v'(x) = -0.5 \cdot e^{-0.5x}$$

$$f''(x) = (-1x + 2) \cdot e^{-0.5x} + (-0.5x^2 + 2x + 3) \cdot (-0.5 \cdot e^{-0.5x})$$

$$= e^{-0.5x} \cdot (-1x + 2 + (-0.5x^2 + 2x + 3) \cdot (-0.5))$$

$$= e^{-0.5x} \cdot (-1x + 2 + 0.25x^2 - 1x - 1.5)$$

$$= e^{-0.5x} \cdot (0.25x^2 - 2x + 0.5)$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$e^{-0,5x} \cdot (-0,5x^2 + 2x + 3) = 0 \quad | : e^{-0,5x}$$

$$e^{-0,5x} \neq 0$$

$$-0,5x^2 + 2x + 3 = 0 \quad | : (-0,5)$$

$$x^2 - 4x - 6 = 0 \quad | \text{pq}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 + 6}$$

$$= 2 \pm \sqrt{10}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{10} \approx 5,2$$

$$x_2 = 2 - \sqrt{10} \approx -1,2 \quad \text{n. rel.}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0$ & $f''(x) \neq 0$

$$f''(5,2) = e^{-0,5 \cdot 5,2} \cdot (0,25 \cdot 5,2^2 - 2 \cdot 5,2 + 0,5) = -0,23 < 0 \rightarrow \text{HP}$$

kein TP im Intervall $[0; 6]$

→ In den Randern:

$$f(0) = e^{-0,5 \cdot 0} \cdot (0^2 - 6) = 1 \cdot (-6) = -6 \in \text{tiefste Stelle}$$

$$f(6) = e^{-0,5 \cdot 6} \cdot (6^2 - 6) = e^{-3} \cdot 30 \approx 1,5$$

Bei $x=0$ wird die tiefste Stelle erreicht und diese beträgt 6m.

A68

a) Nullstellen: $f(x)=0$

$$(-x^2+10x-24) \cdot e^{0,5x} = 0 \quad | : e^{0,5x}$$

$$-x^2+10x-24=0 \quad | : (-1)$$

$$x^2-10x+24=0 \quad | \text{pq}$$

$$x_{1/2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 24}}{2}$$

$$= 5 \pm \sqrt{25-24}$$

$$= 5 \pm 1$$

$$x_1 = 5+1 = 6$$

$$x_2 = 5-1 = 4$$

}

$$6-4=2$$

Der Tunnel ist 2m breit.

b) HP berechnen:

$$u(x) = -x^2+10x-24$$

$$u'(x) = -2x+10$$

$$v(x) = e^{0,5x}$$

$$v'(x) = 0,5 \cdot e^{0,5x}$$

$$f'(x) = (-2x+10) \cdot e^{0,5x} + (-x^2+10x-24) \cdot 0,5 \cdot e^{0,5x}$$

$$= e^{0,5x} \cdot (-2x+10 + (-x^2+10x-24) \cdot 0,5)$$

$$= e^{0,5x} \cdot (-2x+10 - 0,5x^2+5x-12)$$

$$= e^{0,5x} \cdot (-0,5x^2+3x-2)$$

$$u(x) = e^{0,5x}$$

$$u'(x) = 0,5e^{0,5x}$$

$$v(x) = -0,5x^2+3x-2$$

$$v'(x) = -1x+3$$

$$f''(x) = 0,5e^{0,5x} \cdot (-0,5x^2+3x-2) + e^{0,5x} \cdot (-1x+3)$$

$$= e^{0,5x} \cdot (0,5 \cdot (-0,5x^2+3x-2) - 1x+3)$$

$$= e^{0,5x} \cdot (-0,25x^2+1,5x-1-1x+3)$$

$$= e^{0,5x} \cdot (-0,25x^2+0,5x+2)$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$e^{0,5x} \cdot (-0,5x^2 + 3x - 2) = 0 \quad | : e^{0,5x} \neq 0$$

$$\downarrow$$

$$-0,5x^2 + 3x - 2 = 0 \quad | : (-0,5)$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \quad | \text{pq}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 4}$$

$$= 3 \pm \sqrt{5}$$

$$x_1 = 3 + \sqrt{5} \approx 5,2$$

$$x_2 = 3 - \sqrt{5} \approx 0,8$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0$ & $f''(x) \neq 0$

$$f''(5,2) = e^{0,5 \cdot 5,2} \cdot (-0,25 \cdot 5,2^2 + 0,5 \cdot 5,2 + 2) \approx -2,91 < 0$$

$$f''(0,8) = e^{0,5 \cdot 0,8} \cdot (-0,25 \cdot 0,8^2 + 0,5 \cdot 0,8 + 2) \approx 3,3 > 0 \rightarrow \text{n.rc}$$

$$f(5,2) = (-5,2^2 + 10 \cdot 5,2 - 24) \cdot e^{0,5 \cdot 5,2} \approx 12,9 \text{ m}$$

Höhe des Mannes mit Leiter: $10 \text{ m} + 1,9 \text{ m} = 11,9 \text{ m}$

Die Leiter reicht nicht!

A 69

a) 32 min in h:

60 min		1 h	} : 60
1 min		$\frac{1}{60}$ h	
32 min		0,53	} : 32

$$\rightarrow P(0,53 \mid 26,1)$$

$f_{\text{ür}} t$ $f_{\text{ür}} D(t)$

$$26,1 = C \cdot 0,53^2 \cdot e^{-0,53+5} + 21 \quad | -21$$

$$S_{1,1} = c \cdot 24,54 \quad | : 24,54$$

$$0,21 = c$$

$$b) D(t) = 0,21t^2 \cdot e^{-t+5} + 21$$

$$u(t) = 0,21t^2$$

$$u'(x) = 0,42t$$

$$v(t) = e^{-t+5}$$

$$v'(x) = -e^{-t+5}$$

$$D'(t) = 0,42t \cdot e^{-t+5} + 0,21t^2 \cdot (-e^{-t+5})$$

$$= e^{-t+5} \cdot (0.42t - 0.021t^2)$$

$$= e^{-t+5} \cdot (-0,21t^2 + 0,42t)$$

$$D'(t) = 0 \quad e^{-t+5} \cdot (-0,21t^2 + 0,42t) = 0 \quad | : \text{SNP}$$

$$e^{-t+5} \neq 0$$

$$-0,21t^2 + 0,42t = 0 \quad | ()$$

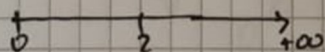
$$t(-a_2t + a_4) = 0 \quad | \text{SNP}$$

$$t_1 = 0$$

$$-0.21t + 0.42 = 0 \quad | -0.42$$

$$-0.21t = -0.42 \quad | :(-0.21)$$

$$t_2 = 2$$



(0,2) $p'(1) = e^{-1+5} \cdot (-0,2 \cdot 1^2 + 0,4 \cdot 1) \approx 11,5$ St.

$$(2, +\infty) \quad f'(3) = e^{-3+5} \cdot (-0,21 \cdot 3^2 + 0,42 \cdot 3) \approx -4,7 \text{ p.}$$

Ab der 2. Stunde nimmt sie wieder ab!

$$\begin{aligned}
 c) \quad \phi'(t) &= e^{-t+5} \cdot (-0,21t^2 + 0,42t) \\
 u(t) &= e^{-t+5} & u'(t) &= -1e^{-t+5} \\
 v(t) &= -0,21t^2 + 0,42t & v'(t) &= -0,42t + 0,42 \\
 \phi''(t) &= -1e^{-t+5} \cdot (-0,21t^2 + 0,42t) + e^{-t+5} \cdot (-0,42t + 0,42) \\
 &= e^{-t+5} \cdot (-1 \cdot (-0,21t^2 + 0,42t) - 0,42t + 0,42) \\
 &= e^{-t+5} \cdot (0,21t^2 - 0,42t - 0,42t + 0,42) \\
 &= e^{-t+5} \cdot (0,21t^2 - 0,84t + 0,42)
 \end{aligned}$$

Nchw. Bed.: $\phi'(t) = 0$
 $e^{-t+5} \cdot (-0,21t^2 + 0,42t) = 0$
 $t_1 = 0 \quad \& \quad t_2 = 2$

hinr. Bed.: $\phi'(t) = 0 \quad \& \quad \phi''(t) \neq 0$

$$\phi'(0) = e^{-0+5} \cdot (0,21 \cdot 0^2 - 0,84 \cdot 0 + 0,42) = e^5 \cdot 0,42 > 0 \rightarrow \text{TP n.r.d.}$$

$$\phi'(2) = e^{-2+5} \cdot (0,21 \cdot 2^2 - 0,84 \cdot 2 + 0,42) \approx -8,4 < 0 \rightarrow \text{HP}$$

$$\phi(2) = 0,21 \cdot 2^2 \cdot e^{-2+5} + 21 \approx 37,87$$

Die höchste Durchflussmenge beträgt $37,87 \frac{\text{m}^3}{\text{n}}$. Der Bach
 ufert nicht aus!

d) $\lim_{t \rightarrow \infty} D(t) = 21$

$$\begin{array}{ccc}
 0,21t^2 \cdot e^{-t+5} & + 21 & \\
 \swarrow \quad \downarrow (*) & \downarrow & \\
 +\infty \quad 0 & 0 & +21 \rightarrow 21 \\
 & (*) \quad e^{-\infty} \rightarrow 0 &
 \end{array}$$