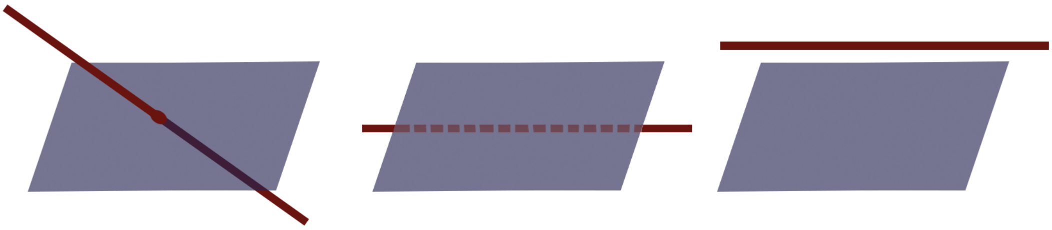
55. Lagebeziehung

Eine Gerade und eine Ebene können sich schneiden, die Gerade kann in der Ebene liegen oder sie verlaufen parallel.



Um rechnersich herauszufinden welcher dieser drei Fälle vorliegt, setzt du beide gleich, erstellst das zugehörige lineare Gleichungssystem und bestimmst seine Lösungsmenge. Wenn das lineare Gleichungssystem genau eine Lösung hat, dann schneiden sich die Gerade und die Ebene und du kannst den Schnittpunkt berechnen. Hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen, dann liegt die Gerade in der Ebene. Hat es hingegen keine Lösung, dann sind die Gerade und die Ebene parallel zueinander.

Beispiel: Gerade und Ebene schneiden sich

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Beispiel: Gerade liegt in Ebene

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}; \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Beispiel: Gerade und Ebene sind parallel

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}; \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe:

Lagebeziehung:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe:

Bestimme die Lagebeziehung:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 14 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}$$