

# 28. Integrale berechnen

## Das unbestimmte Integral:

Beim unbestimmten Integral sind keine Grenzen gegeben. Das Ergebnis des unbestimmten Integrals ist die Stammfunktion mit der Integrationskonstante  $+C$ :

Beispiel:

$$\int (3x^2 + 4x - 1) dx$$

$$= \frac{3}{2+1} x^{2+1} + \frac{4}{1+1} x^{1+1} - 1x + C$$

$$= \frac{3}{3} x^3 + \frac{4}{2} x^2 - x + C$$

$$= 1x^3 + 2x^2 - x + C$$

Übung:

a)  $\int 6x^2 + \sqrt{x} + 1 dx$

siehe Meeting!

b)  $\int -e^{2x+1} dx$

c)  $\int \frac{2}{x^2} + 4x^2 - 5x dx$

## Das bestimmte Integral:

Beim bestimmten Integral sind die Grenzen gegeben. Das Ergebnis des bestimmten Integrals ist der sogenannte Integralwert!

Beispiel:

$$\int_0^1 (6x^2 - 2x + 1) dx$$
$$= 2x^3 - x^2 + 1x \Big|_0^1$$
$$= 2 \cdot 1^3 - 1^2 + 1 \cdot 1 - (2 \cdot 0^3 - 0^2 + 1 \cdot 0)$$
$$= 2 - 1 + 1 - (0)$$
$$= 2$$

"Erst die Stammfunktion bilden, dann die obere Grenze einsetzen minus die untere Grenze einsetzen. Wenn du die untere Grenze einsetzt, dann musst du diesen Teil in eine Klammer setzen!"

Übung:

$$a) \int_{-1}^1 4x^3 + 6x^2 - 1x dx$$

$$b) \int_0^1 e^{2x+1} + x^2 dx$$

siehe Meeting!

Aufgabe:

Berechne das Integral:

$$\int_{-1}^2 (x^2 + 6x + 4) dx$$

## Das uneigentliche Integral:

Wenn eine Fläche ins Unendliche reicht und trotzdem einen endlichen Flächeninhalt besitzt, dann berechnet man den zugehörigen Flächeninhalt mit einem uneigentlichen Integral.

Bei der Berechnung eines solchen Integrals hilft dir die Grenzwertbetrachtung:

• Nach rechts ins Unendliche:

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx$$

• Nach links ins Unendliche:

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^b f(x) dx$$

Beispiel:

$$\int_{-\infty}^0 2e^x dx$$

$$1.) \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 2e^x dx$$

$$2.) \lim_{a \rightarrow -\infty} 2e^x \Big|_a^0$$

$$3.) \lim_{a \rightarrow -\infty} 2e^0 - 2e^a \rightarrow 0$$

$$4.) = 2 \cdot 1$$

$$= 2$$

Schritte:

- 1.) Grenzwert einführen
- 2.) Stammfunktion bilden
- 3.) "obere Grenze" - "untere Grenze"
- 4.) Grenzwert anwenden und, wenn möglich, den konstanten FI berechnen

Nicht alle uneigentlichen Integrale besitzen einen konstanten, endlichen Flächeninhalt:

### Beispiel:

$$\int_0^{+\infty} 2e^{-x} + x^3 dx$$

$$1.) \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b 2e^{-x} + x^3 dx$$

$$2.) \lim_{b \rightarrow +\infty} \left. -2e^{-x} + \frac{1}{4}x^4 \right|_0^b$$

$$3.) \lim_{b \rightarrow +\infty} \left( -2e^{-b} + \frac{1}{4} \cdot b^4 - \left( -2 \cdot e^{-0} + \frac{1}{4} \cdot 0^4 \right) \right)$$

$$4.) \quad 0 + \infty - (-2 + 0)$$

↑  
kein endlicher Flächeninhalt!

### Schritte:

- 1.) Grenzwert einführen
- 2.) Stammfunktion bilden
- 3.) "obere Grenze" - "untere Grenze"
- 4.) Grenzwert anwenden und, wenn möglich, den konstanten FI berechnen

Übung:

$$\int_0^{+\infty} 3e^{-x} + 5x dx$$

siehe Meeting!

### Aufgabe:

Berechne, wenn möglich, den konstanten Flächeninhalt des uneigentlichen Integrals:  $\int_{-\infty}^0 e^x + x^2 dx$