# 33. Integralfunktion

Eine Integralfunktion ist eine Funktion, die den Flächeninhalt zwischen dem Graphen und der x-Achse zwischen einem festen Startwert a (=untere Grenze) bis zu einem variablen Endwert x (=obere Grenze) angibt.

$J_a(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ $\quad$ $J_a(x) =$ orientierter Flächeninhalt von a bis x (Grenze einsetzen)

Es wird eine konkrete Stammfunktion berechnet, die in der unteren Grenze eine Nullstelle besitzt.
Es gilt:

1.) $F(a) = 0$
2.) $J_a'(x) = f(x)$

## Beispiel:

Bestimme die Integralfunktion $J_2(x) = \int_2^x f(t)\,dt$ zu $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$$
\begin{aligned}
J_2(x) &= \int_2^x t^2 - 3t + 2\,dt \\
&= \left[\tfrac{1}{3}t^3 - \tfrac{3}{2}t^2 + 2t\right]_2^x \\
&= \tfrac{1}{3}x^3 - \tfrac{3}{2}x^2 + 2x - \left(\tfrac{1}{3}\cdot 2^3 - \tfrac{3}{2}\cdot 2^2 + 2\cdot 2\right) \\
&= \tfrac{1}{3}x^3 - \tfrac{3}{2}x^2 + 2x - \left(\tfrac{8}{3} - 6 + 4\right) \\
&= \tfrac{1}{3}x^3 - \tfrac{3}{2}x^2 + 2x - \tfrac{2}{3}
\end{aligned}
$$

Nachweisen der Eigenschaften:

1.) a=2 ist Nullstelle: $J_2(2) = \tfrac{1}{3}\cdot 2^3 - \tfrac{3}{2}\cdot 2^2 + 2\cdot 2 - \tfrac{2}{3}$
$= \tfrac{8}{3} - 6 + 4 - \tfrac{2}{3} = 0$ ✓

2.) $J_2'(x) = f(x)$: $J_2'(x) = \tfrac{1}{3}\cdot 3x^2 - \tfrac{3}{2}\cdot 2x + 2$
$= x^2 - 3x + 2$ ✓

## Aufgabe:

Bestimme die Integralfunktion:

$J_4(x) = \int_4^x f(t)\,dt$ zu $f(x) = 2x - 4$