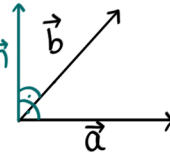


43. Kreuzprodukt

Formel:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix} = \vec{n}$$

Mithilfe dieser Formel berechnest du einen Vektor \vec{n} , welcher zu zwei gegebenen Vektoren \vec{a} und \vec{b} rechtwinklig, also orthogonal ist.



Dieser Vektor wird mit „Normalenvektor“ bezeichnet.

Beispiel:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \vec{a} \times \vec{b} = \vec{n}: \\ \begin{array}{r} -1 \quad 2 \\ 1 \quad 3 \\ 0 \quad 1 \\ -1 \quad 2 \\ 1 \quad 3 \\ 0 \quad 1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 - 0 \cdot 3 \\ 0 \cdot 2 - (-1) \cdot 1 \\ -1 \cdot 3 - 1 \cdot 2 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ 0 + 1 \\ -3 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \\ \rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \end{array}$$

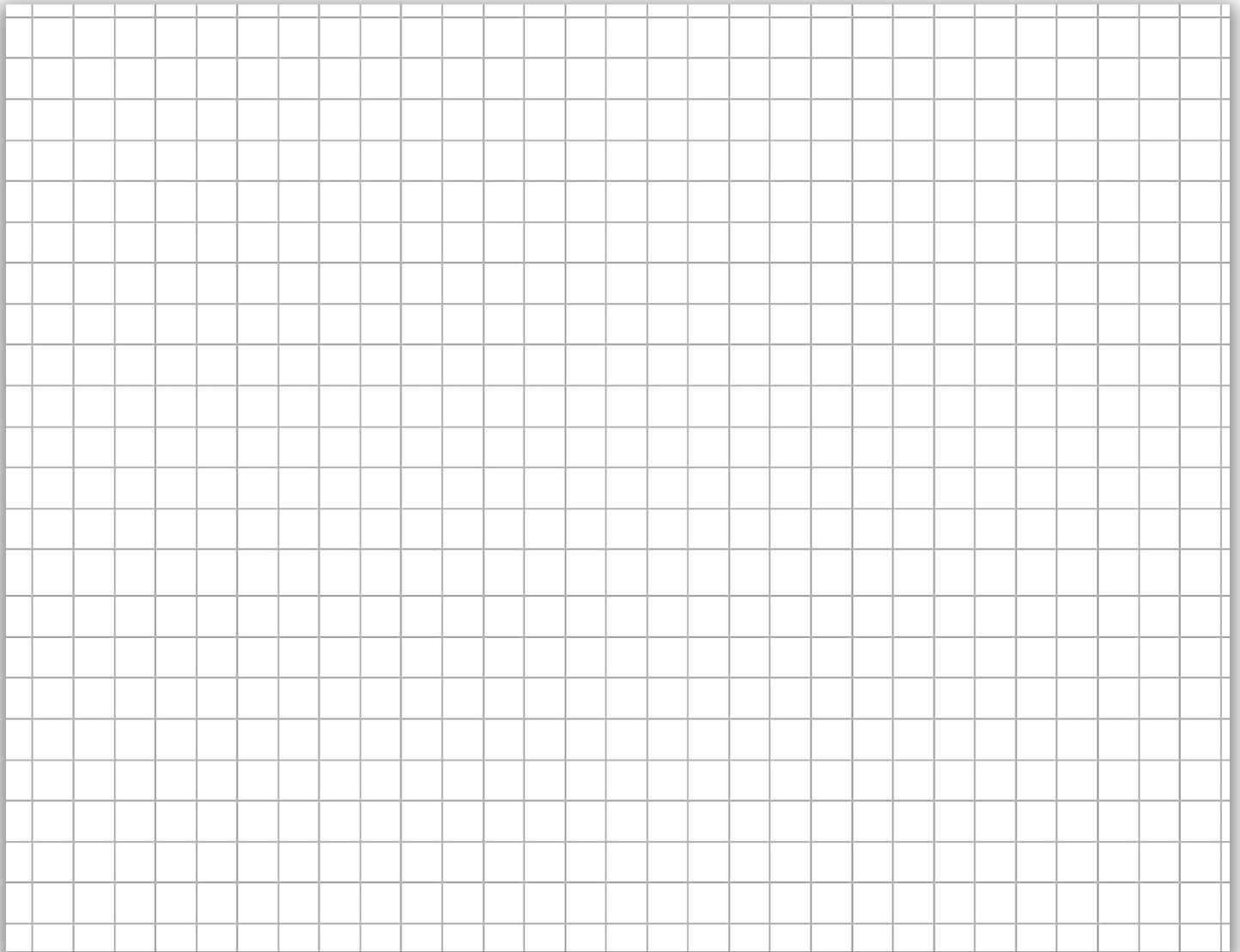
Zur Berechnung gibt es einen einfachen Trick: Schreibe beide Vektoren zweimal untereinander und streiche die oberste und unterste Zeile. Multipliziere nun über Kreuz und trenne die Diagonalen durch ein „Minus-Zeichen“. Diese Formel ist unter anderem besonders bei der Umwandlung von verschiedenen Darstellungsformeln von Ebenen nötig.

Aufgabe:

Berechne den Normalenvektor:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

← siehe Meeting!



Aufgabe:

Berechne den Normalenvektor \vec{n} .

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$