40. Skalarprodukt

Bei dem Skalarprodukt handelt es sich um eine Multiplikation von zwei Vektoren, die als Ergebnis ein Skalar, also eine reelle Zahl, liefert. Typische Schreibweisen:

$$\vec{a}\cdot\vec{b},\quad \vec{a}\circ\vec{b},\quad \langle\vec{a},\vec{b}\rangle$$

Beispiel:

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\-3\\4\end{pmatrix},\quad \vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\6\\-8\end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\-3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\6\\-8\end{pmatrix}$$

$$=1\cdot(-2)+(-3)\cdot 6+4\cdot(-8)$$

$$=-2-18-32$$

$$=-52$$

Die Bedeutung:

In der Schule wird das Skalarprodukt in der Regel herangezogen, um zu überprüfen, ob zwei gegebene Vektor rechtwinklig zueinander sind, denn es gilt:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \longrightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$$
$$\vec{a}\cdot\vec{b}\neq 0 \longrightarrow \vec{a}\not\perp\vec{b}$$

$\perp$ = Zeichen für einen 90°-Winkel

Ist das Skalarprodukt zweier Vektoren also gleich Null, dann sind die beiden Vektoren rechtwinklig, also orthogonal zueinander, andernfalls nicht!

Aufgabe:

Prüfe, ob die Punkte ein rechtwinkliges Dreieck bilden. Wenn ja, dann berechne den Flächeninhalt. Bestimme anschließend die Koordinaten eines Punktes D, so dass ABCD ein Rechteck bilden.

$A(1|1|2)$, $B(2|2|3)$ und $C(3|1|0)$

siehe Meeting!

Aufgabe:

Prüfe, ob die Vektoren orthogonal zueinander sind:

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}, \quad \vec{b}=\begin{pmatrix}3\\3\\0\end{pmatrix}$$