LÖSUNGEN

A1 Prüfe rechnerisch, ob der gegebene Punkt P auf der Geraden liegt.

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbb{R}, \quad P(-2|0|11)$

b) $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad P(1|2|3)$

c) $l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}, \quad P(0|3|1)$

Lösung: 1a)

Gegeben: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbb{R}$

$P(-2|0|11)$

Schritt 1: Punkt P in $\vec{x}$ einsetzen

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Lineares Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I} & -2 = 1 - s \\ \text{II} & 0 = 0 \quad \text{(wahre Aussage)} \\ \text{III} & 11 = 2 + 3s \end{array}$$

Schritt 3: Parameter berechnen

$$\begin{aligned} \text{I:}\ & -2 = 1 - s \quad |-1 \\ & -3 = -s \quad |:(-1) \\ & \Rightarrow \boxed{s = 3} \end{aligned}$$

$$\text{II: } 0 = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \text{III: } & 11 = 2 + 3s \quad |-2 \\ & 9 = 3s \quad |:3 \\ & \Rightarrow \boxed{s = 3} \end{aligned}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Schritt 4: Deutung

s ist eindeutig 3. Der Punkt P liegt also auf der Geraden g.

$$P \in g$$

Lösung: 1b)

Gegeben: $$h : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$P(1|2|3)$

Schritt 1: Punkt P in $\vec{x}$ einsetzen

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Lineares Gleichungssystem

$$\begin{array}{rll} \text{I} & 1 = -2 + 0 \cdot t & \Rightarrow 1 = -2 \quad \text{(falsch)} \\ \text{II} & 2 = 1 + 2t & \\ \text{III} & 3 = 1 + t & \end{array}$$

Schritt 3: Parameter berechnen

Nicht nötig, da bereits in Gleichung I ein Widerspruch auftritt.

Schritt 4: Deutung

Da bereits die erste Zeile des Gleichungssystems nicht erfüllt ist, kann keine einheitliche Lösung für t existieren.
Der Punkt P erfüllt die Geradengleichung also nicht – er liegt **nicht** auf der Geraden h.

$$P \notin h$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Lösung: 1c)

Gegeben: $l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}$

$P(0|3|1)$

Schritt 1: Punkt P in $\vec{x}$ einsetzen

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Lineares Gleichungssystem

$$\begin{array}{rl} \mathrm{I} & 0 = 2 - 2r \\ \mathrm{II} & 3 = 1 + r \\ \mathrm{III} & 1 = 1 - r \end{array}$$

Schritt 3: Parameter berechnen

$$\begin{aligned} \mathrm{I}: 0 &= 2 - 2r \quad | -2 \\ -2 &= -2r \quad | : (-2) \\ \Rightarrow &\boxed{r = 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{II}: 3 &= 1 + r \quad | -1 \\ \Rightarrow &\boxed{r = 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{III}: 1 &= 1 - r \quad | -1 \\ 0 &= -r \quad | : (-1) \\ \Rightarrow &\boxed{r = 0} \end{aligned}$$

Schritt 4: Deutung

Die drei Gleichungen ergeben drei unterschiedliche Werte für r.
Daher liegt ein Widerspruch vor und der Punkt P kann nicht auf der Geraden l liegen.

$$P \notin l$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

A2 Prüfe rechnerisch, ob der Punkt P auf der jeweiligen Strecke $\overline{AB}$ liegt.

a) $A(1|2|3), \quad B(4|2|6), \quad P(2|2|4)$

b) $A(-1|0|2), \quad B(3|4|6), \quad P(5|6|8)$

c) $A(0|0|0), \quad B(6|3|3), \quad P(3|1.5|1.5)$

Lösung: 2a)

Gegeben: $A(1|2|3), \quad B(4|2|6), \quad P(2|2|4)$

Schritt 1: Geradengleichung durch A und B aufstellen

Zuerst berechnen wir den Richtungsvektor:

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Dann ergibt sich die Geradengleichung in Parameterform:

$$g : \vec{x} = \vec{OA} + t \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 1]$$

Schritt 2: Punkt P in Geradengleichung einsetzen

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Schritt 3: Gleichungssystem lösen

$$\begin{aligned}
\text{I} \quad 2 &= 1 + 3t \quad | -1 \\
1 &= 3t \quad | : 3 \\
\Rightarrow & \boxed{t = \frac{1}{3}} \\
\text{II} \quad 2 &= 2 \quad \checkmark \\
\text{III} \quad 4 &= 3 + 3t \quad | -3 \\
1 &= 3t \quad | : 3 \\
\Rightarrow & \boxed{t = \frac{1}{3}}
\end{aligned}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Schritt 4: Deutung

Da $t = \frac{1}{3} \in [0, 1]$, liegt der Punkt P tatsächlich auf der Strecke $\overline{AB}$.

$$P \in \overline{AB}$$

Lösung: 2b)

Gegeben: $A(-1|0|2)$, $B(3|4|6)$, $P(5|6|8)$

Schritt 1: Geradengleichung durch A und B aufstellen

Zuerst berechnen wir den Richtungsvektor:

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Dann ergibt sich die Geradengleichung in Parameterform:

$$g : \vec{x} = \vec{OA} + t \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad t \in [0,1]$$

Schritt 2: Punkt P in Geradengleichung einsetzen

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Schritt 3: Gleichungssystem lösen

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 5 = -1 + 4t \quad | +1 \\ & 6 = 4t \quad | : 4 \\ \Rightarrow & \boxed{t = 1,5} \\ \text{II} \quad & 6 = 0 + 4t \quad | : 4 \\ \Rightarrow & \boxed{t = 1,5} \\ \text{III} \quad & 8 = 2 + 4t \quad | - 2 \\ & 6 = 4t \quad | : 4 \\ \Rightarrow & \boxed{t = 1,5} \end{aligned}$$

Schritt 4: Deutung

t ist zwar eindeutig, aber da $t = 1,5 \notin [0,1]$, liegt der Punkt P **nicht** auf der Strecke $\overline{AB}$.

$$P \notin \overline{AB}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Lösung: 2c)

Gegeben: $A(0|0|0), \quad B(6|3|3), \quad P(3|1{,}5|1{,}5)$

Schritt 1: Geradengleichung durch A und B aufstellen

Zuerst berechnen wir den Richtungsvektor:

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Dann ergibt sich die Geradengleichung in Parameterform:

$$g : \vec{x} = \vec{OA} + t \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 1]$$

Schritt 2: Punkt P in Geradengleichung einsetzen

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Schritt 3: Gleichungssystem lösen

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 3 &= 6t \quad |:6 \\ \Rightarrow & \boxed{t = 0,5} \\ \text{II} \quad 1{,}5 &= 3t \quad |:3 \\ \Rightarrow & \boxed{t = 0,5} \\ \text{III} \quad 1{,}5 &= 3t \quad |:3 \\ \Rightarrow & \boxed{t = 0,5} \end{aligned}$$

Schritt 4: Deutung

Da $t = 0.5 \in [0, 1]$, liegt der Punkt P auf der Strecke $\overline{AB}$.

$$P \in \overline{AB}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

A3 Prüfe rechnerisch, ob der Punkt P in der jeweiligen Ebene E liegt.

a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P(2|3|3)$

b) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P(3|1|1)$

c) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P(1|3|4)$

Lösung: 3a)

Gegeben:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P(2|3|3)$$

Schritt 1: Punkt P in Ebenengleichung einsetzen

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Gleichungssystem aufstellen

Vergleich der Komponenten:

$$\begin{array}{rlcl} \text{I} & 2 = 1 + r + 0 \cdot s & \Rightarrow & 2 = 1 + r \\ \text{II} & 3 = 2 + 0 \cdot r + s & \Rightarrow & 3 = 2 + s \\ \text{III} & 3 = 0 + 2r + s & \Rightarrow & 3 = 2r + s \end{array}$$

Schritt 3: Parameter r und s berechnen

Aus I:

$$\begin{array}{rl} \text{I} & 2 = 1 + r \quad | -1 \\ & \Rightarrow r = 1 \end{array}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Aus II:

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 3 &= 2 + s \quad \mid -2 \\ \Rightarrow s &= 1 \end{aligned}$$

Schritt 4: Probe in Gleichung III

Einsetzen in Gleichung III:

$$\begin{aligned} 3 &= 2r + s \qquad \text{r=1 und s=1 einsetzen} \\ 3 &= 2 \cdot 1 + 1 \\ 3 &= 3 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Wahre Aussage, also liegt P auf der Ebene E.

Schritt 5: Antwort/Deutung

Der Punkt P lässt sich durch die Parameter $r = 1$, $s = 1$ eindeutig darstellen und erfüllt alle drei Gleichungen.

$$\boxed{P \in E}$$

Lösung: 3b)

Gegeben:

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P(3|1|1)$$

Schritt 1: Punkt P in Ebenengleichung einsetzen

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Gleichungssystem aufstellen

Vergleich der Komponenten:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 3 &= 2r + s \\ \text{II} \quad 1 &= -r + 2s \\ \text{III} \quad 1 &= r \end{aligned}$$

Schritt 3: Parameter r und s berechnen

Aus III:

$$\text{III} \quad 1 = r \Rightarrow \boxed{r = 1}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Einsetzen in I:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 3 &= 2 \cdot 1 + s \\ 3 &= 2 + s \quad | -2 \\ \Rightarrow & \boxed{s = 1} \end{aligned}$$

Schritt 4: Probe in Gleichung II

Einsetzen in II:

$$\begin{aligned} 1 &= -r + 2s \quad \text{r=1, s=1 einsetzen} \\ 1 &= -1 + 2 \cdot 1 \\ 1 &= -1 + 2 \\ 1 &= 1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Wahre Aussage, also ist P Element der Ebene E.

Schritt 5: Antwort/Deutung

Der Punkt P lässt sich durch die Parameter $r = 1$, $s = 1$ eindeutig darstellen und erfüllt alle drei Gleichungen.

$$\boxed{P \in E}$$

Lösung: 3c)

Gegeben:

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P(1|3|4)$$

Schritt 1: Punkt P in Ebenengleichung einsetzen

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Gleichungssystem aufstellen

Vergleich der Komponenten:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 1 &= 2 + r - s \\ \text{II} \quad 3 &= 1 + 2r \\ \text{III} \quad 4 &= 3 + s \end{aligned}$$

Schritt 3: Parameter r und s berechnen

Aus II:

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 3 &= 1 + 2r \quad \mid -1 \\ 2 &= 2r \quad \mid :2 \\ \Rightarrow \ & \boxed{r = 1} \end{aligned}$$

Aus III:

$$\begin{aligned} \text{III} \quad 4 &= 3 + s \quad \mid -3 \\ \Rightarrow \ & \boxed{s = 1} \end{aligned}$$

Schritt 4: Probe in Gleichung I

Einsetzen in I:

$$\begin{aligned} 1 &= 2 + r - s \quad \text{r=1, s=1 einsetzen} \\ 1 &= 2 + 1 - 1 \\ 1 &= 2 \quad \text{falsch} \end{aligned}$$

Falsche Aussage, also liegt P nicht in der Ebene E.

Schritt 5: Antwort/Deutung

Obwohl $r = 1$ und $s = 1$ aus zwei Gleichungen berechnet wurden, führt die Probe zu einem Widerspruch.

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

$$\boxed{P \notin E}$$

A4

Prüfe rechnerisch, ob der Punkt P in der jeweiligen Ebene E in Normalenform liegt.

a) $E : [\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0, \quad P(2|3|4)$

b) $E : [\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0, \quad P(2|2|2)$

c) $E : [\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 0, \quad P(1|1|1)$

Lösung: 4a)

Gegeben:

$$E : [\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0, \quad P(2|3|4)$$

Schritt 1: Punkt in die Normalengleichung einsetzen

$$\left[\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Schritt 2: Ausrechnen

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} &= 0 \\ 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 &= 0 \\ 1 &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 3: Deutung

Da das Skalarprodukt $\neq 0$ ist, liegt der Punkt nicht in der Ebene:

$$\boxed{P \notin E}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Lösung: 4b)

Gegeben:

$$E : [\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0, \quad P(2|2|2)$$

Schritt 1: Punkt in die Normalengleichung einsetzen

$$\left[\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$$

Schritt 2: Ausrechnen

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} &= 0 \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} &= 0 \quad |\text{Skalarprodukt} \\ 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 &= 0 \\ 4 + 1 + 9 &= 0 \\ 14 &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 3: Deutung

Da das Skalarprodukt $\neq 0$ ist, liegt der Punkt nicht in der Ebene:

$$\boxed{P \notin E}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Lösung: 4c)

Gegeben:

$$E : [\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 0, \quad P(1|1|1)$$

Schritt 1: Punkt in die Normalengleichung einsetzen

$$\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$$

Schritt 2: Ausrechnen

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} &= 0 \\ 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) &= 0 \\ 1 + 2 - 3 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 3: Deutung

Da das Skalarprodukt $= 0$ ist, liegt der Punkt in der Ebene:

$$\boxed{P \in E}$$

A5

Prüfe rechnerisch, ob der Punkt P in der jeweiligen Ebene E liegt. Die Ebene ist jeweils in Koordinatenform gegeben.

a) $E : 2x + 3y - z = 5, \quad P(1|1|0)$

b) $E : x - y + 2z = 4, \quad P(2|0|1)$

c) $E : 3x + y + z = 7, \quad P(0|0|0)$

Lösung: 5a)

Gegeben: Ebene $E : 2x + 3y - z = 5$, Punkt $P(1|1|0)$

Schritt 1: Punkt in die Ebenengleichung einsetzen

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 0 &= 5 \\ 2 + 3 &= 5 \\ 5 &= 5 \end{aligned}$$

Schritt 2: Deutung

Da eine wahre Aussage entsteht $(5 = 5)$ liegt der Punkt auf der Ebene.

$$\boxed{P \in E}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Lösung: 5b)

Gegeben: Ebene $E : x - y + 2z = 4$, Punkt $P(2|0|1)$

Schritt 1: Punkt in die Ebenengleichung einsetzen

$$\begin{aligned} 2 - 0 + 2 \cdot 1 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

Schritt 2: Deutung

Da eine wahre Aussage entsteht $(4 = 4)$, liegt der Punkt auf der Ebene.

$$\boxed{P \in E}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung

Lösung: 5c)

Gegeben: Ebene $E : 3x + y + z = 7$, Punkt $P(0|0|0)$

Schritt 1: Punkt in die Ebenengleichung einsetzen

$$\begin{aligned} 3 \cdot 0 + 0 + 0 &= 7 \\ 0 &= 7 \end{aligned}$$

Schritt 2: Deutung

Da eine falsche Aussage entsteht ($0 \neq 7$), liegt der Punkt **nicht** auf der Ebene.

$$\boxed{P \notin E}$$

LÖSUNGSVIDEO!

Lösung