Gleichung mit pq-Formel lösen

Für quadratische Gleichungen in **Normalform**

$$x^2 + p\,x + q = 0$$

gilt die pq-Formel:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Hinweis: Falls $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a \neq 0$, zuerst durch a teilen, damit $x^2 + px + q = 0$ entsteht, wobei $p = \frac{b}{a},\ q = \frac{c}{a}$.

Schritte:

1. Normieren: Normalform herstellen $x^2 + p\,x + q = 0$.
2. p und q ablesen.
3. pq-Formel anwenden:
$$x_{1,2} = -\tfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{p}{2}\right)^2 - q}$$
4. Lösungen angeben.

Tipps:

- Immer zuerst die **Normalform** herstellen.
- $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ sorgfältig berechnen.
- $\pm$ nicht vergessen – oft gibt es zwei Lösungen!
- Ergebnis am Ende übersichtlich aufschreiben.

Beispiele

Beispiel 1: $x^2 + 4x + 3 = 0$

Schritt 1: Normieren entfällt (schon Normalform).
Schritt 2: $p = 4,\ q = 3$

Schritt 3: pq-Formel:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\tfrac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{4}{2}\right)^2 - 3} \\ &= -2 \pm \sqrt{4 - 3} \\ &= -2 \pm \sqrt{1} \\ &= -2 \pm 1 \end{aligned}$$

Schritt 4: Lösungen

$$\boxed{x_1 = -3,\ x_2 = -1}$$

Gleichung mit pq-Formel lösen

Beispiel 2: $2x^2 - 4x - 16 = 0$

Schritt 1: Normieren durch 2:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x - 16 &= 0 \quad \mid : 2 \\ x^2 - 2x - 8 &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 2: $p = -2,\ q = -8$

Schritt 3: pq-Formel:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\tfrac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{-2}{2}\right)^2 - (-8)} \\ &= 1 \pm \sqrt{1+8} \\ &= 1 \pm \sqrt{9} \\ &= 1 \pm 3 \end{aligned}$$

Schritt 4: Lösungen

$$\boxed{x_1 = -2,\ x_2 = 4}$$

Beispiel 3: $-x^2 + 3x + 10 = 0$

Schritt 1: Normieren durch -1:

$$\begin{aligned} -x^2 + 3x + 10 &= 0 \quad \mid : (-1) \\ x^2 - 3x - 10 &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 2: $p = -3,\ q = -10$

Schritt 3: pq-Formel:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\tfrac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{-3}{2}\right)^2 - (-10)} \\ &= \tfrac{3}{2} \pm \sqrt{\tfrac{9}{4} + 10} \\ &= \tfrac{3}{2} \pm \sqrt{\tfrac{49}{4}} \\ &= \tfrac{3}{2} \pm \tfrac{7}{2} \end{aligned}$$

Schritt 4: Lösungen

$$\boxed{x_1 = -2,\ x_2 = 5}$$

Gleichung mit pq-Formel lösen

Anzahl der Lösungen

Die Anzahl der Lösungen hängt vom Ausdruck

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

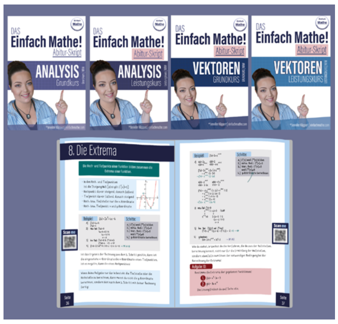
ab:

- $D > 0 \rightarrow$ zwei verschiedene reelle Lösungen
- $D = 0 \rightarrow$ eine reelle Lösung (doppelte Nullstelle)
- $D < 0 \rightarrow$ keine reellen Lösungen

Einfach erklärt:

- Steht unter der Wurzel etwas Positives $\rightarrow$ 2 Lösungen
- Steht dort 0 $\rightarrow$ 1 Lösung
- Steht dort etwas Negatives $\rightarrow$ keine Lösung in den reellen Zahlen

Unsere Skripte



Suchst du noch mehr Erklärungen zu diesem oder einem anderen Thema?
Dann schau dir unbedingt unsere Skripte an – darin findest du:

- Verständliche Erklärungen
- Übungsaufgaben mit Lösungen
- Schrittepläne für jedes Thema
- Exklusive Videos

... und vieles mehr!

https://einfachmathe.com/skripte/

Unsere Kurse und Workshops

Willst du perfekt vorbereitet ins Mathe-Abi starten?
Dann sind unsere Abi-Kurse genau das Richtige für dich – wähle zwischen Coaching oder Crashkurs:

- Alle wichtigen Abi-Themen verständlich erklärt
- Schritt-für-Schritt-Pläne für jede Aufgabe
- Übungsaufgaben mit Lösungen
- Live-Sessions & Aufzeichnungen
- Individuelle Unterstützung bis zum Abi

https://einfachmathe.com/kurse/

Unsere neuen Online-Workshops findest du hier:
https://einfachmathe.com/online-workshops/

Infos zu einer Nachhilfe bei mir findest du hier

https://einfachmathe.com/nachhilfe-uebersicht/

Hast du Fragen, Anmerkungen oder Wünsche?
Dann schreibe mir gerne eine Mail: **Jenny@einfachmathe.com**

Wenn dir dieser Lernzettel weiterhilft, freue ich mich riesig, wenn du zurück zum Video gehst, es likest, mir vielleicht einen Kommentar da lässt und es vor allem teilst. Damit unterstützt du mich enorm dabei, mehr Sichtbarkeit zu bekommen und noch mehr Menschen zu erreichen, die Mathe lernen möchten oder müssen. Vielen Dank für deine Unterstützung!