

# Das erwartet dich in diesem Video

In diesem Video lernst du:

- ▶ wann die Strategie „Umformen und Wurzelziehen“ passt
- ▶ warum  $3x^2 - 6 = 0$  mit  $x \in \mathbb{R}$  dazu passt
- ▶ warum  $x^2 + x = 0$  mit  $x \in \mathbb{R}$  nicht dazu passt
- ▶ welche 4 Schritte du dir merken solltest
- ▶ wie du diese drei Aufgaben löst:
  - ▶ Beispiel 1:  $5x^2 + 10 = 55$
  - ▶ Beispiel 2:  $3x^3 - 24 = 0$
  - ▶ Beispiel 3:  $2x^2 + 8 = 0$

## Merke

Am Ende kannst du besser entscheiden, wann du durch Umformen und Wurzelziehen lösen darfst.

# Wann kann man diese Strategie anwenden?

## Strategie

Diese Strategie passt gut, wenn in der Gleichung nur **eine Potenz von**  $x$  vorkommt.  
Zum Beispiel:

$$3x^2 - 6 = 0 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}$$

Das geht gut, weil nur  $x^2$  vorkommt.

## Achtung

Gegenbeispiel:

$$x^2 + x = 0 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}$$

Das geht **nicht** mit dieser Strategie allein, weil mehrere Potenzen vorkommen:

$$x^2 \quad \text{und} \quad x$$

Hier braucht man eine andere Methode, zum Beispiel **Ausklammern**.

## Die 4 Schritte

### Schritte

1. Gleichung vereinfachen
2. Nach  $x^n$  auflösen
3. Wenn möglich: passende Wurzel ziehen
4. Lösungsmenge angeben

### Merke

Erst nach  $x^n$  auflösen, dann die passende Wurzel ziehen

Bei geraden Potenzen entstehen oft zwei Lösungen:

$$x^2 = 9 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R} \quad \Rightarrow \quad x = 3 \quad \text{oder} \quad x = -3$$

# Beispiel 1: Lösung

## Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung  $5x^2 + 10 = 55$  mit  $x \in \mathbb{R}$ . Löse die Gleichung.

### Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$5x^2 + 10 = 55$$

### Schritt 2: Nach $x^n$ auflösen

$$5x^2 + 10 = 55 \quad | - 10$$

$$5x^2 = 45 \quad | : 5$$

$$x^2 = 9$$

### Schritt 3: Wenn möglich: passende Wurzel ziehen

$$x = \sqrt{9} \quad \text{oder} \quad x = -\sqrt{9} \quad \Rightarrow \quad x = 3 \quad \text{oder} \quad x = -3$$

### Schritt 4: Lösungsmenge angeben

$$L = \{-3; 3\}$$

## Beispiel 2: Lösung

### Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung  $3x^3 - 24 = 0$  mit  $x \in \mathbb{R}$ . Löse die Gleichung.

#### Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$3x^3 - 24 = 0$$

#### Schritt 2: Nach $x^n$ auflösen

$$3x^3 - 24 = 0 \quad | + 24$$

$$3x^3 = 24 \quad | : 3$$

$$x^3 = 8$$

#### Schritt 3: Wenn möglich: passende Wurzel ziehen

$$x = \sqrt[3]{8} = 2$$

#### Schritt 4: Lösungsmenge angeben

$$L = \{2\}$$

## Beispiel 3: Lösung

### Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung  $2x^2 + 8 = 0$  mit  $x \in \mathbb{R}$ . Löse die Gleichung.

#### Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$2x^2 + 8 = 0$$

#### Schritt 2: Nach $x^n$ auflösen

$$2x^2 + 8 = 0 \quad | -8$$

$$2x^2 = -8 \quad | :2$$

$$x^2 = -4$$

#### Schritt 3: Wenn möglich: passende Wurzel ziehen

### Achtung

Das ist nicht möglich, denn für  $x \in \mathbb{R}$  kann  $x^2$  nie negativ sein.

#### Schritt 4: Lösungsmenge angeben

$$L = \{ \}$$

# Mini-Checkliste

## Merke

Prüfe am Ende immer:

- ▶ Habe ich die Gleichung zuerst vereinfacht?
- ▶ Habe ich nach  $x^n$  aufgelöst?
- ▶ Ist die Potenz gerade oder ungerade?
- ▶ Muss ich bei gerader Potenz an beide Vorzeichen denken?
- ▶ Gibt es überhaupt eine reelle Lösung?
- ▶ Habe ich die Lösungsmenge sauber angegeben?

$$L = \{\text{alle Lösungen}\}$$

# Wofür braucht man das in der Schule?

Diese Strategie brauchst du zum Beispiel für:

- ▶ Nullstellen bzw. Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse berechnen
- ▶ Gleichungen in der Analysis lösen
- ▶ Extrempunkte vorbereiten, wenn  $f'(x) = 0$  gelöst werden muss
- ▶ Wendepunkte vorbereiten, wenn  $f''(x) = 0$  gelöst werden muss
- ▶ Sachaufgaben lösen, wenn aus dem Text eine Gleichung entsteht
- ▶ usw.

## Merke

Wer Gleichungen sicher umformen kann, versteht später viele Aufgaben in der Oberstufe deutlich besser.