

Das erwartet dich in diesem Video

In diesem Video lernst du:

- ▶ was der Satz vom Nullprodukt bedeutet
- ▶ wann du ihn anwenden darfst
- ▶ warum zuerst ein Produkt entstehen muss
- ▶ welche 4 Schritte du dir merken solltest
- ▶ wie du diese drei Aufgaben löst:
 - ▶ Beispiel 1: $(x - 2)(x + 5) = 0$
 - ▶ Beispiel 2: $x(x - 4)(x + 1) = 0$
 - ▶ Beispiel 3: $(x + 3)(x^2 - 9) = 0$

Merke

Am Ende kannst du besser entscheiden, wann du den Satz vom Nullprodukt anwenden darfst.

Wann kann man diese Strategie anwenden?

Der Satz vom Nullprodukt passt, wenn eine Gleichung als **Produkt** geschrieben ist und auf der anderen Seite 0 steht.

Strategie

Typisch:

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

Das geht gut, weil links ein Produkt steht und rechts 0.

Achtung

Gegenbeispiel:

$$x^2 + 5x = 0 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}$$

Hier steht noch kein Produkt. Du musst zuerst umformen oder ausklammern:

$$x(x + 5) = 0$$

Erst dann darfst du den Satz vom Nullprodukt anwenden.

Die 4 Schritte

Schritte

1. Gleichung vereinfachen
2. Satz vom Nullprodukt anwenden
3. Einzelne Gleichungen lösen
4. Lösungsmenge angeben

Merke

Wenn ein Produkt 0 ergibt, dann muss mindestens ein Faktor 0 sein:

$$a \cdot b = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0 \quad \text{oder} \quad b = 0$$

Beispiel 1

Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung $(x - 2)(x + 5) = 0$ mit $x \in \mathbb{R}$. Löse die Gleichung.

Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

Schritt 2: Satz vom Nullprodukt anwenden

$$x - 2 = 0 \quad \text{oder} \quad x + 5 = 0$$

Schritt 3: Einzelne Gleichungen lösen

$$\begin{aligned} x - 2 &= 0 & | +2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 5 &= 0 & | -5 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Schritt 4: Lösungsmenge angeben

Wir haben die Lösungen:

$$x = 2 \quad \text{und} \quad x = -5$$

$$L = \{-5; 2\}$$

Beispiel 2

Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung $x(x - 4)(x + 1) = 0$ mit $x \in \mathbb{R}$. Löse die Gleichung.

Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$x(x - 4)(x + 1) = 0$$

Schritt 2: Satz vom Nullprodukt anwenden

$$x = 0 \quad \text{oder} \quad x - 4 = 0 \quad \text{oder} \quad x + 1 = 0$$

Schritt 3: Einzelne Gleichungen lösen

$$x = 0$$

$$x = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad | + 4$$

$$x = 4$$

$$x + 1 = 0 \quad | - 1$$

$$x = -1$$

Schritt 4: Lösungsmenge angeben

Wir haben die Lösungen:

$$x = 0, \quad x = 4, \quad x = -1$$

$$L = \{-1; 0; 4\}$$

Beispiel 3

Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung $(x + 3)(x^2 - 9) = 0$ mit $x \in \mathbb{R}$. Löse die Gleichung.

Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$(x + 3)(x^2 - 9) = 0$$

Schritt 2: Satz vom Nullprodukt anwenden

$$x + 3 = 0 \quad \text{oder} \quad x^2 - 9 = 0$$

Schritt 3: Einzelne Gleichungen lösen

$$x + 3 = 0 \quad | -3$$

$$x = -3$$

$$x^2 - 9 = 0 \quad | +9$$

$$x^2 = 9$$

Schritt 3: Einzelne Gleichungen lösen

Die erste Gleichung liefert:

$$x = -3$$

Die zweite Gleichung lösen wir weiter:

$$x^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = 3 \quad \text{oder} \quad x = -3$$

Schritt 4: Lösungsmenge angeben

Doppelte Lösungen schreiben wir nur einmal:

$$L = \{-3; 3\}$$

Mini-Checkliste

Merke

Prüfe am Ende immer:

- ▶ Steht auf einer Seite wirklich 0?
- ▶ Steht auf der anderen Seite ein Produkt?
- ▶ Habe ich jeden Faktor einzeln gleich 0 gesetzt?
- ▶ Habe ich alle einzelnen Gleichungen gelöst?
- ▶ Habe ich doppelte Lösungen nur einmal notiert?
- ▶ Habe ich die Lösungsmenge sauber angegeben?

$$L = \{\text{alle Lösungen}\}$$

Wofür braucht man das in der Schule?

Diese Strategie brauchst du zum Beispiel für:

- ▶ Nullstellen bzw. Schnittpunkte mit der x -Achse berechnen
- ▶ Gleichungen nach dem Ausklammern lösen
- ▶ Gleichungen mit bereits faktorisierten Termen lösen
- ▶ Extrempunkte vorbereiten, wenn $f'(x) = 0$ gelöst werden muss
- ▶ Wendepunkte vorbereiten, wenn $f''(x) = 0$ gelöst werden muss
- ▶ usw.

Merke

Der Satz vom Nullprodukt funktioniert nur, wenn wirklich ein Produkt gleich 0 ist.