Das erwartet dich in diesem Video

In diesem Video lernst du:

- wann die Ausklammern-Methode passt
- warum diese Strategie oft passt, wenn alle Terme einen gemeinsamen Faktor haben
- warum kein Absolutglied vorhanden sein sollte
- welche 5 Schritte du dir merken solltest
- wie du diese drei Aufgaben löst:
  - Beispiel 1: $x^3 + 4x^2 = 0$
  - Beispiel 2: $3x^3 = -12x$
  - Beispiel 3: $2x^4 + 8x^3 = 0$

Merke

Am Ende kannst du besser entscheiden, wann du eine Gleichung durch Ausklammern lösen kannst.

Wann kann man diese Strategie anwenden?

Diese Strategie passt oft, wenn alle Terme einen gemeinsamen Faktor haben und kein Absolutglied vorhanden ist.

Strategie

Typisch:

$$x^3 + 4x^2 = 0$$

Hier kann man x^2 ausklammern.

Achtung

Gegenbeispiel:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}$$

Hier gibt es ein Absolutglied, also einen Term ohne x.
Das geht **nicht** direkt mit der Ausklammern-Methode.

Die 5 Schritte

Schritte

1. Gleichung vereinfachen
2. Kleinste Potenz von x ausklammern
3. Satz vom Nullprodukt anwenden
4. Einzelne Gleichungen lösen
5. Lösungsmenge angeben

Merke

$$\boxed{\text{Erst ausklammern, dann den Satz vom Nullprodukt anwenden}}$$

Der Satz vom Nullprodukt bedeutet:

$$a \cdot b = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0 \quad \text{oder} \quad b = 0$$

Beispiel 1

Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung $x^3 + 4x^2 = 0$ mit $x \in \mathbb{R}$. Löse die Gleichung.

Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$x^3 + 4x^2 = 0$$

Schritt 2: Kleinste Potenz von x ausklammern

$$\begin{aligned} x^3 + 4x^2 &= 0 \\ x^2(x + 4) &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 3: Satz vom Nullprodukt anwenden

$$x^2 = 0 \quad \text{oder} \quad x + 4 = 0$$

Schritt 4: Einzelne Gleichungen lösen

$$\begin{aligned} x^2 &= 0 \quad \Big|\sqrt{} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 4 &= 0 \quad \Big| -4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Schritt 5: Lösungsmenge angeben

$$\boxed{L = \{-4;\ 0\}}$$

Beispiel 2

Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung $3x^3 = -12x$ mit $x \in \mathbb{R}$. Löse die Gleichung.

Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$3x^3 = -12x \quad | + 12x$$
$$3x^3 + 12x = 0$$

Schritt 2: Kleinste Potenz von x ausklammern

$$3x^3 + 12x = 0$$
$$3x(x^2 + 4) = 0$$

Schritt 3: Satz vom Nullprodukt anwenden

$$3x = 0 \quad \text{oder} \quad x^2 + 4 = 0$$

Schritt 4: Einzelne Gleichungen lösen

$$\begin{aligned} 3x &= 0 \quad \mid :3 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 4 &= 0 \quad \mid -4 \\ x^2 &= -4 \end{aligned}$$

Achtung

Da x^2 für $x \in \mathbb{R}$ nie negativ werden kann, hat $x^2 = -4$ keine reelle Lösung.

Schritt 5: Lösungsmenge angeben

$$\boxed{L = \{0\}}$$

Beispiel 3

Aufgabenstellung

Gegeben ist die Gleichung $2x^4 + 8x^3 = 0$ mit $x \in \mathbb{R}$. Löse die Gleichung.

Schritt 1: Gleichung vereinfachen

$$2x^4 + 8x^3 = 0$$

Schritt 2: Kleinste Potenz von x ausklammern

$$\begin{aligned} 2x^4 + 8x^3 &= 0 \\ 2x^3(x+4) &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 3: Satz vom Nullprodukt anwenden

$$2x^3 = 0 \quad \text{oder} \quad x + 4 = 0$$

Schritt 4: Einzelne Gleichungen lösen

$$\begin{aligned} 2x^3 &= 0 \quad \mid :2 \\ x^3 &= 0 \quad \mid \sqrt[3]{} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 4 &= 0 \quad \mid -4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Schritt 5: Lösungsmenge angeben

$$\boxed{L = \{-4;\ 0\}}$$

Mini-Checkliste

Merke

Prüfe am Ende immer:

- Habe ich die Gleichung zuerst vereinfacht?
- Haben alle Terme einen gemeinsamen Faktor?
- Ist kein Absolutglied vorhanden?
- Habe ich die kleinste Potenz von x ausgeklammert?
- Habe ich den Satz vom Nullprodukt angewendet?
- Habe ich die einzelnen Gleichungen gelöst?
- Habe ich die Lösungsmenge sauber angegeben?

$$\boxed{L = \{\text{alle Lösungen}\}}$$

Wofür braucht man das in der Schule?

Diese Strategie brauchst du zum Beispiel für:

- Nullstellen bzw. Schnittpunkte mit der x-Achse berechnen
- Gleichungen mit mehreren Potenzen lösen
- Gleichungen in der Analysis vorbereiten
- Extrempunkte vorbereiten, wenn $f'(x) = 0$ gelöst werden muss
- Wendepunkte vorbereiten, wenn $f''(x) = 0$ gelöst werden muss
- usw.

Merke

Die Ausklammern-Methode passt oft, wenn alle Terme einen gemeinsamen Faktor haben und kein Absolutglied vorhanden ist.