

Aufgabe 2a: Berechne die Lösung der Gleichung

Löse die Gleichung mit $x \in \mathbb{R}$ und gib die Lösungsmenge an.

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

Lösung

Gegeben ist die Gleichung

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

Die Gleichung ist bereits als Produkt geschrieben. Deshalb können wir den Satz vom Nullprodukt anwenden.

1. Schritt: Produktform erkennen

Die linke Seite der Gleichung besteht aus einem Produkt aus zwei Faktoren:

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

Die beiden Faktoren sind:

$$x - 3$$

und

$$x + 2$$

Da dieses Produkt gleich 0 ist, muss mindestens einer der beiden Faktoren gleich 0 sein.

Merke

Satz vom Nullprodukt:

$$a \cdot b = 0$$

gilt genau dann, wenn

$$a = 0 \quad \text{oder} \quad b = 0$$

ist.

2. Schritt: Satz vom Nullprodukt anwenden

Wir wenden den Satz vom Nullprodukt auf die Gleichung an:

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

Also gilt:

$$x - 3 = 0$$

oder

$$x + 2 = 0$$

3. Schritt: Einzelne Gleichungen lösen

Jetzt lösen wir beide Gleichungen einzeln.

$$\begin{aligned}x - 3 &= 0 & | + 3 \\x &= 3\end{aligned}$$

Damit ist die erste Lösung:

$$x_1 = 3$$

Nun lösen wir die zweite Gleichung:

$$\begin{aligned}x + 2 &= 0 & | - 2 \\x &= -2\end{aligned}$$

Damit ist die zweite Lösung:

$$x_2 = -2$$

4. Schritt: Lösungsmenge angeben

Die beiden Lösungen sind:

$$x_1 = 3$$

und

$$x_2 = -2$$

Die Lösungsmenge lautet daher:

$$L = \{-2; 3\}$$

Ergebnis

Die Gleichung

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

hat in den reellen Zahlen die Lösungen

$$x_1 = 3 \quad \text{und} \quad x_2 = -2$$

Also gilt:

$$L = \{-2; 3\}$$