

Aufgabe 2e: Berechne die Lösung der Gleichung

Löse die Gleichung mit $x \in \mathbb{R}$ und gib die Lösungsmenge an.

$$3x^2 - 27 = 0$$

Lösung

Gegeben ist die Gleichung

$$3x^2 - 27 = 0$$

Die Gleichung ist bereits in der Form

$$\text{Term} = 0$$

gegeben. Sie ist außerdem klammerfrei, vollständig zusammengefasst und nach absteigenden Potenzen geordnet.

Da nur x^2 und eine reine Zahl vorkommen, können wir direkt nach x^2 auflösen und anschließend die Wurzel ziehen.

1. Schritt: Gleichung vorbereiten

Zuerst prüfen wir, ob die Gleichung bereits vorbereitet ist.

Die Gleichung lautet:

$$3x^2 - 27 = 0$$

Die vier Merkmale sind erfüllt:

1. Die Gleichung steht in der Form $\text{Term} = 0$
2. Die Gleichung ist klammerfrei
3. Die Gleichung ist vollständig zusammengefasst
4. Die Gleichung ist nach absteigenden Potenzen geordnet

Die Vor-Vorarbeit ist also erledigt.

2. Schritt: Nach x^2 auflösen

Jetzt lösen wir die Gleichung nach x^2 auf.

$$3x^2 - 27 = 0 \quad | + 27$$

$$3x^2 = 27 \quad | : 3$$

$$x^2 = 9$$

Damit haben wir die Gleichung auf die Form

$$x^2 = 9$$

gebracht.

Merke

Wenn du eine Gleichung der Form

$$x^2 = a$$

hast, musst du beim Wurzelziehen beide Lösungen beachten:

$$x = \pm\sqrt{a}$$

Das bedeutet: Es kann eine positive und eine negative Lösung geben.

3. Schritt: Beide Wurzeln beachten

Aus

$$x^2 = 9$$

ziehen wir die Wurzel.

$$x^2 = 9 \quad |\sqrt{}$$

$$x = \pm 3$$

Also erhalten wir zwei Lösungen:

$$x_1 = -3 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$$

4. Schritt: Lösungsmenge angeben

Die beiden Lösungen sind:

$$x_1 = -3 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$$

Die Lösungsmenge lautet daher:

$$L = \{-3; 3\}$$

Ergebnis

Die Gleichung

$$3x^2 - 27 = 0$$

hat in den reellen Zahlen die Lösungen

$$x = -3 \quad \text{und} \quad x = 3$$

Also gilt:

$$L = \{-3; 3\}$$