

Aufgabe 1

Lösungsstrategien erkennen

Aufgabe 1: Erkenne die Lösungsstrategie

Ordne jeder Gleichung eine sinnvolle Lösungsstrategie zu. Du musst noch nicht rechnen.

Wichtig ist hier: Du sollst nicht direkt losrechnen, sondern zuerst erkennen, welche Methode am besten passt.

Ausgefüllte Lösung

	Gleichung	passende Strategie	Woran erkennt man das?
a)	$(x + 3)(x - 5) = 0$	Satz vom Nullprodukt	Links steht insgesamt ein fertiges Produkt und rechts steht 0. Die Additionen und Subtraktionen stehen nur innerhalb der multiplizierten Klammern.
b)	$x^4 - 20x^2 + 64 = 0$	Substitution	Es gibt ein Absolutglied. Die kleinste Potenz ist x^2 und die höhere Potenz x^4 ist ein ganzzahliges Vielfaches davon.
c)	$3x^3 + 6x^2 = 0$	Ausklammern und Satz vom Nullprodukt	Beide Summanden enthalten x^2 . Deshalb kann man zuerst x^2 ausklammern.
d)	$4x^2 + 12x + 5 = 0$	Mitternachtsformel oder pq-Formel	Es kommen x^2 , x und eine Zahl vor. Deshalb passt eine quadratische Lösungsformel.
e)	$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$	Polynomdivision oder Horner-Schema	Die Gleichung hat Grad 3. Andere einfache Strategien passen hier nicht. Deshalb sucht man zuerst eine einfache Lösung.
f)	$7x^4 - 112 = 0$	Umformen und Wurzelziehen	Es kommt nur eine Potenz von x vor, nämlich x^4 . Deshalb kann man nach dieser Potenz umformen und dann die passende Wurzel ziehen.
g)	$x(x + 4) - 5 = 0$	Erst ausmultiplizieren, dann pq-Formel oder Mitternachtsformel	Es ist kein fertiges Produkt gleich 0, weil noch -5 dahinter steht. Erst muss man vereinfachen. Danach erhält man eine Gleichung mit x^2 , x und einer Zahl.
h)	$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$	Polynomdivision oder Horner-Schema	Die Gleichung hat Grad 3. Keine andere einfache Lösungsstrategie passt hier. Deshalb bleibt Polynomdivision oder Horner-Schema.

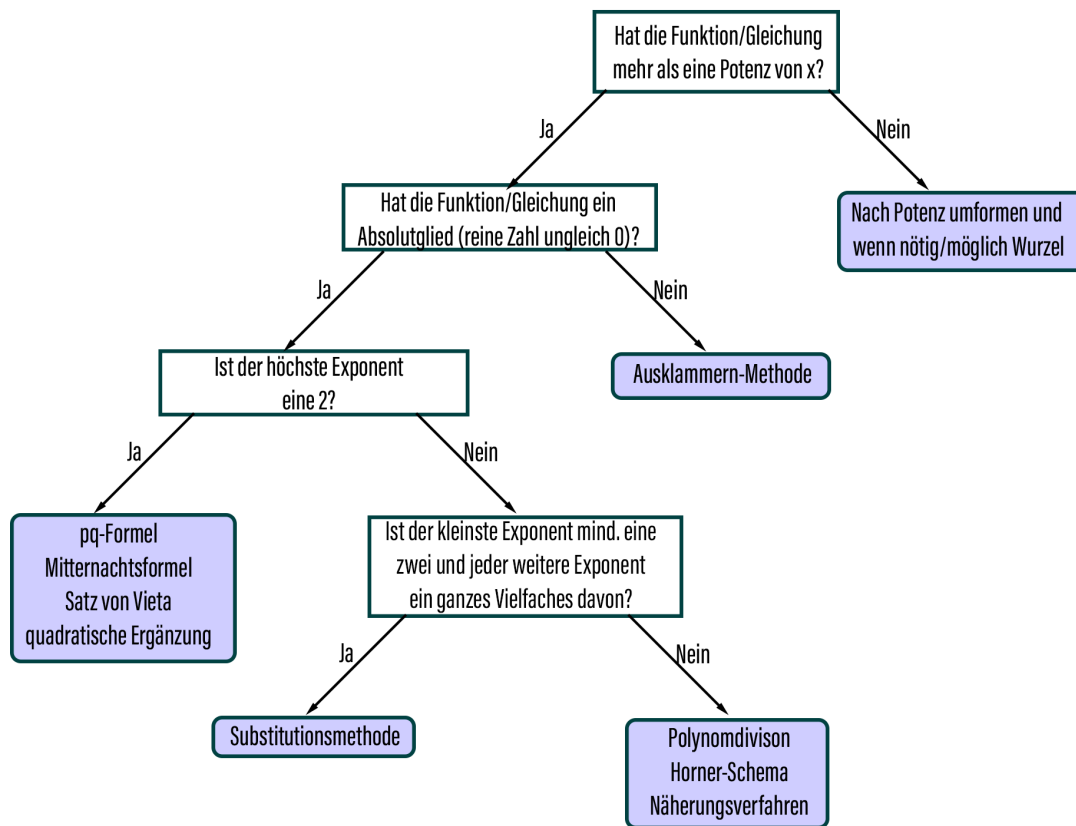
Merke

Frage dich immer in dieser Reihenfolge:

- 1) Steht dort schon ein fertiges Produkt gleich 0? Dann: Satz vom Nullprodukt.
- 2) Gibt es einen gemeinsamen Faktor in allen Summanden? Dann: Ausklammern und danach Satz vom Nullprodukt.
- 3) Kommt nur eine Potenz von x vor, zum Beispiel nur x^2 oder nur x^4 ? Dann: Nach Potenz umformen und wenn nötig/möglich Wurzel ziehen.
- 4) Gibt es ein Absolutglied, ist die kleinste Potenz mindestens 2 und ist jeder weitere Exponent ein ganzzahliges Vielfaches davon? Dann: Substitution.
- 5) Entsteht eine Gleichung mit x^2 , x und einer Zahl? Dann: pq-Formel oder Mitternachtsformel.
- 6) Passt keine andere einfache Strategie und die Gleichung hat Grad 3 oder höher? Dann: Polynomdivision oder Horner-Schema.

Hilfestellung: Schema zur Strategiewahl

Wenn du unsicher bist, kannst du dich zusätzlich an diesem Schema orientieren:



Einfache Erklärungen zu jeder Teilaufgabe

a) $(x + 3)(x - 5) = 0$

Hier sieht man sofort:

$$(x + 3)(x - 5) = 0$$

Wichtig: Die einzigen Additionen und Subtraktionen, die man sieht, stehen innerhalb der multiplizierten Klammern.

$$(x + 3)(x - 5)$$

Außerhalb der Klammern steht kein $+5$, kein -3 und keine andere zusätzliche Zahl.

Deshalb ist die linke Seite ein fertiges Produkt, das gleich 0 ist.

Dann passt der **Satz vom Nullprodukt**.

b) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

Hier kann man sich am Schema orientieren.

Zuerst sieht man: Es gibt ein Absolutglied, nämlich

$$64$$

Dann schaut man auf die Potenzen von x :

$$x^2 \quad \text{und} \quad x^4$$

Die kleinste Potenz ist x^2 . Das bedeutet: Der kleinste Exponent ist 2.

Jetzt prüft man die höhere Potenz:

$$x^4$$

Der Exponent 4 ist ein ganzzahliges Vielfaches von 2, denn

$$4 = 2 \cdot 2$$

Genau dann passt die **Substitution**.

Man setzt also

$$z = x^2$$

Dann wird aus x^4 nämlich z^2 .

Deshalb passt hier die **Substitution**.

c) $3x^3 + 6x^2 = 0$

Hier haben beide Summanden etwas gemeinsam:

$$3x^3 + 6x^2 = 0$$

In beiden Summanden steckt x^2 .

$$3x^3 = x^2 \cdot 3x$$

$$6x^2 = x^2 \cdot 6$$

Deshalb kann man x^2 ausklammern:

$$x^2(3x + 6) = 0$$

Danach steht ein fertiges Produkt gleich 0. Dann nutzt man den Satz vom Nullprodukt.

Außerdem sieht man: In der Klammer steht nun eine Gleichung mit x und einer Zahl. Wenn man weiter vereinfacht, entsteht eine sehr einfache lineare Gleichung.

Deshalb passt hier **Ausklammern und Satz vom Nullprodukt**.

d) $4x^2 + 12x + 5 = 0$

Hier sieht man die typische Form einer quadratischen Gleichung:

$$x^2, \quad x, \quad \text{Zahl}$$

Genauer gesagt:

$$4x^2 + 12x + 5 = 0$$

Es gibt also einen x^2 -Term, einen x -Term und ein Absolutglied.

Deshalb passt hier eine quadratische Lösungsformel.

Es gibt zwei sinnvolle Möglichkeiten:

- **Mitternachtsformel:** direkt anwendbar bei $ax^2 + bx + c = 0$
- **pq-Formel:** wenn man die Gleichung vorher so umformt, dass vor x^2 eine 1 steht

Deshalb passt hier **Mitternachtsformel oder pq-Formel**.

e) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

Die höchste Potenz ist x^3 . Also hat die Gleichung Grad 3.

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$$

Jetzt schaut man, ob eine einfachere Strategie passt:

- Es ist kein fertiges Produkt gleich 0.
- Man kann nicht alles gemeinsam ausklammern.
- Es kommt nicht nur eine einzige Potenz von x vor.
- Es ist keine typische Substitutionsgleichung.
- Es ist auch keine quadratische Gleichung.

Also geht keine andere einfache Lösungsstrategie.

Dann bleibt **Polynomdivision oder Horner-Schema**.

Meistens sucht man dafür zuerst eine einfache **Lösung**, zum Beispiel unter den Teilern der Zahl 6:

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$

Deshalb passt hier **Polynomdivision oder Horner-Schema**.

f) $7x^4 - 112 = 0$

Hier kommt nur eine einzige Potenz von x vor:

$$x^4$$

Außerdem gibt es nur noch eine Zahl.

$$7x^4 - 112 = 0$$

Es gibt also kein x^3 , kein x^2 und kein x .

Deshalb passt hier die Strategie:

nach der Potenz umformen und dann Wurzel ziehen

Man muss also nach x^4 auflösen und anschließend die passende Wurzel ziehen.

Deshalb passt hier **Umformen und Wurzelziehen**.

g) $x(x+4) - 5 = 0$

Achtung: Viele denken hier zuerst an den Satz vom Nullprodukt.

$$x(x+4) - 5 = 0$$

Aber das geht hier noch nicht, weil nach dem Produkt noch -5 kommt.

Also muss man zuerst vereinfachen, also ausmultiplizieren.

Danach erhält man eine Gleichung mit

$$x^2, \quad x, \quad \text{und einer Zahl}$$

Genau dann passt wieder eine quadratische Lösungsformel.

Deshalb passt hier:

erst ausmultiplizieren, dann pq-Formel oder Mitternachtsformel

h) $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$

Die höchste Potenz ist x^3 . Also hat die Gleichung Grad 3.

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$$

Jetzt prüft man wieder die einfacheren Strategien:

- Es ist kein fertiges Produkt gleich 0.
- Es gibt keinen gemeinsamen Faktor in allen Summanden.
- Es kommt nicht nur eine einzige Potenz von x vor.
- Es ist keine typische Substitutionsgleichung.
- Es ist keine quadratische Gleichung.

Also passt keine andere einfache Lösungsstrategie.

Dann bleibt **Polynomdivision oder Horner-Schema**.

Auch hier sucht man meistens zuerst eine einfache **Lösung**, zum Beispiel unter den Teilern der Zahl 18:

$$\pm 1, \quad \pm 2, \quad \pm 3, \quad \pm 6, \quad \pm 9, \quad \pm 18$$

Deshalb passt hier **Polynomdivision oder Horner-Schema**.