

Aufgabe 5b: Berechne die Nullstellen

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 5x^2 - 45$$

Berechne die Nullstellen der Funktion und gib die Lösungsmenge an.

Lösung

Gesucht sind die Nullstellen der Funktion.

Nullstellen berechnet man mit der Bedingung

$$f(x) = 0$$

Also lösen wir die Gleichung

$$5x^2 - 45 = 0$$

Diese Gleichung lösen wir nach x^2 auf. Danach ziehen wir die Wurzel und beachten beide Lösungen.

1. Schritt: Gleichung vereinfachen

Zuerst verwenden wir die Nullstellenbedingung:

$$f(x) = 0$$

Also gilt:

$$5x^2 - 45 = 0$$

Die Gleichung ist bereits:

1. in der Form Term = 0,
2. klammerfrei,
3. vollständig zusammengefasst,
4. nach absteigenden Potenzen geordnet.

Die Vor-Vorarbeit ist also erledigt.

2. Schritt: Nach x^2 auflösen

Jetzt lösen wir die Gleichung nach x^2 auf.

Aus

$$5x^2 - 45 = 0$$

machen wir:

$$5x^2 - 45 = 0 \quad | + 45$$

$$5x^2 = 45 \quad | : 5$$

$$x^2 = 9$$

Damit haben wir die Gleichung auf die Form

$$x^2 = 9$$

gebracht.

Merke

Wenn du eine Gleichung der Form

$$x^2 = a$$

hast, musst du beim Wurzelziehen beide Lösungen beachten:

$$x = \pm\sqrt{a}$$

Das bedeutet: Es kann eine positive und eine negative Lösung geben.

3. Schritt: Beide Wurzeln beachten

Aus

$$x^2 = 9$$

ziehen wir die Wurzel.

$$x^2 = 9 \quad |\sqrt{}$$

$$x = \pm 3$$

Also erhalten wir zwei Lösungen:

$$x_1 = -3 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$$

4. Schritt: Lösungsmenge angeben

Die beiden Lösungen sind:

$$x_1 = -3 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$$

Die Lösungsmenge lautet daher:

$$L = \{-3; 3\}$$

Ergebnis

Die Funktion

$$f(x) = 5x^2 - 45$$

hat die Nullstellen

$$x = -3 \quad \text{und} \quad x = 3$$

Also gilt:

$$L = \{-3; 3\}$$