

Der Ablauf bei jeder Gleichung

Vorbereiten – analysieren – passende Strategie durchführen

Bevor du rechnest, bereitest du die Gleichung vor und untersuchst ihren Aufbau.

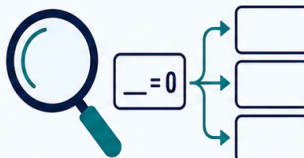
1. Schritt: Vor-Vorarbeit

Gleichung – wenn nötig – umformen: $\Rightarrow$ $\boxed{\quad} = 0$

- ✓ In die Form $\text{Term} = 0$ bringen
- ✓ Klammerfrei schreiben
- ✓ Vollständig zusammenfassen
- ✓ Nach absteigenden Potenzen ordnen

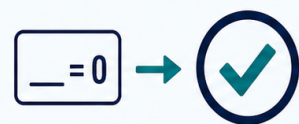
2. Schritt: Vorarbeit

Gleichung analysieren und passende Lösungsstrategie finden



3. Schritt: Gleichung lösen

Gefundene Lösungsstrategie durchführen



Deine drei Arbeitsschritte

- 1. Vor-Vorarbeit:** Gleichung – wenn nötig – umformen und die vier Merkmale prüfen.
- 2. Vorarbeit:** Gleichung mithilfe des Schemas analysieren und die passende Lösungsstrategie bestimmen.
- 3. Gleichung lösen:** Gefundene Lösungsstrategie vollständig durchführen und die Lösungsmenge angeben.

Bevor du eine Methode auswählst

Vor-Vorarbeit: Gleichung vorbereiten

Bringe die Gleichung zuerst in eine Form, in der du ihren Aufbau sicher erkennen kannst.



1. Die Gleichung steht in der Form $\text{Term} = 0$

Alle Terme müssen auf einer Seite stehen. Erst dann lässt sich der Gleichungsaufbau zuverlässig analysieren.

$$4 + 2x(x + 3) = x^2 + 10 \quad \implies \quad 4 + 2x(x + 3) - x^2 - 10 = 0$$

2. Die Gleichung ist klammerfrei

Klammern werden ausmultipliziert, sofern sie keine bereits erkennbare und hilfreiche Produktform bilden.

$$4 + 2x(x + 3) - x^2 - 10 = 0 \quad \implies \quad 4 + 2x^2 + 6x - x^2 - 10 = 0$$

3. Die Gleichung ist vollständig zusammengefasst

Gleichartige Summanden werden zusammengefasst. Dabei dürfen nur Terme mit derselben Potenz von x verbunden werden.

$$4 + 2x^2 + 6x - x^2 - 10 = 0 \quad \implies \quad -6 + x^2 + 6x = 0$$

4. Die Gleichung ist nach absteigenden Potenzen geordnet

Die höchste Potenz steht zuerst. Danach folgen die kleineren Potenzen bis zum Absolutglied.

$$-6 + x^2 + 6x = 0 \quad \implies \quad x^2 + 6x - 6 = 0$$

Wichtige Ausnahme: hilfreiche Produktform erhalten

Steht bereits ein Produkt gleich null, bleibt diese Form erhalten. Du erkennst die Produktform daran, dass die Klammern miteinander multipliziert werden. Die Additionen beziehungsweise Subtraktionen befinden sich innerhalb der einzelnen Klammern.

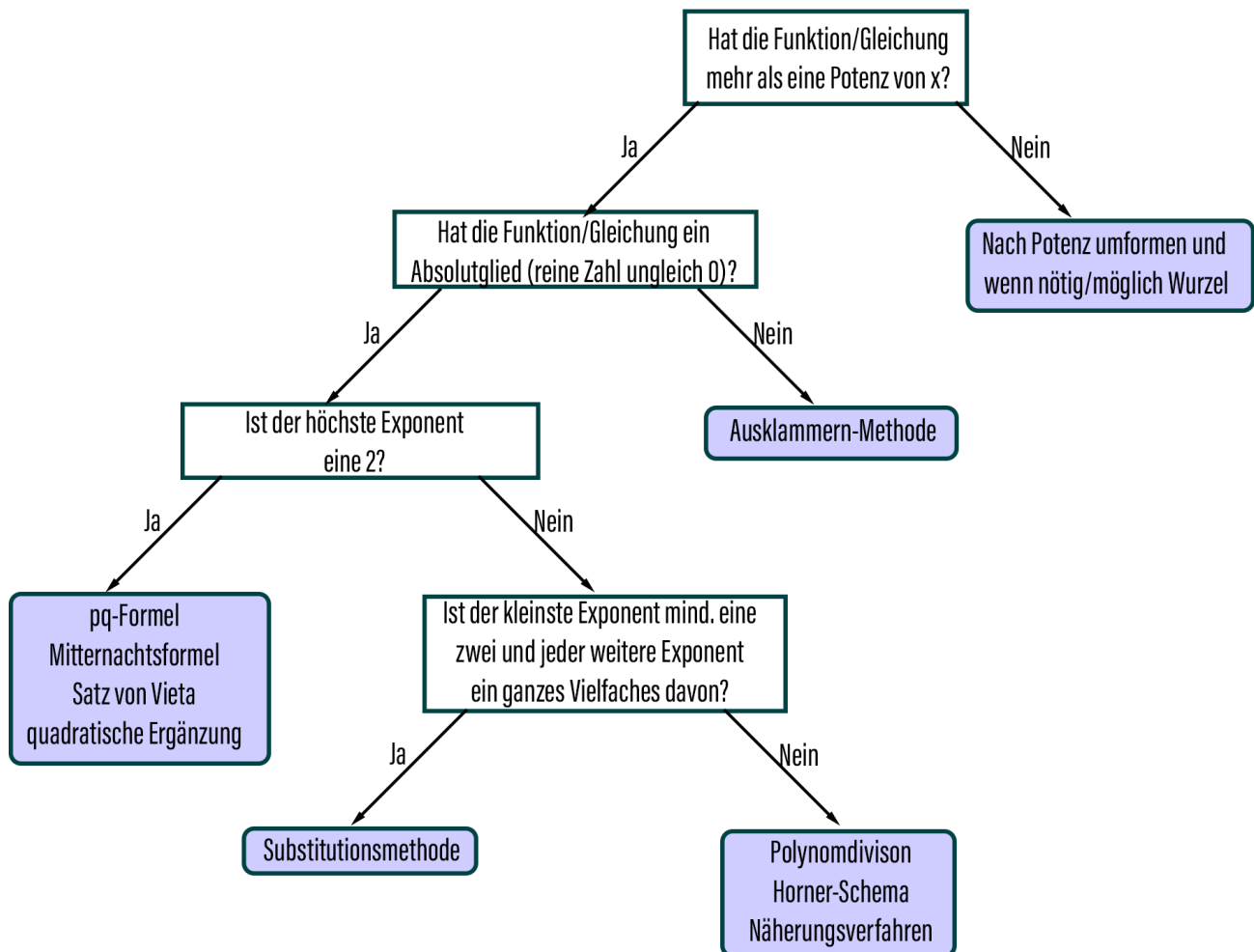
$$\underbrace{(x + 3)}_{1. \text{ Faktor}} \cdot \underbrace{(x - 5)}_{2. \text{ Faktor}} = 0$$

Die Gleichung wird nicht ausmultipliziert, sondern direkt mit dem **Satz vom Nullprodukt** gelöst.

Welche Lösungsstrategie passt?

Vorarbeit: Gleichungsaufbau analysieren

Prüfe die Fragen von oben nach unten. Sobald eine Aussage passt, hast du deine Strategie gefunden.



So benutzt du das Schema

Du suchst nicht nach der kompliziertesten Methode, sondern nach der **ersten passenden Struktur**. Die Reihenfolge verhindert, dass du unnötig rechnest oder eine einfache Produktform übersiehst.

Beispiel: Struktur erkennen

$$x^4 - 17x^2 + 16 = 0$$

Die Gleichung ist vorbereitet. Sie besitzt ein Absolutglied, die kleinste Potenz von x ist 2, und 4 ist ein Vielfaches von 2. Daher passt die **Substitutionsmethode** mit

$$z = x^2$$

Anschließend entsteht eine quadratische Gleichung in z , die mit der pq-Formel oder alternativ der Mitternachtsformel gelöst werden kann.

Erst analysieren, dann rechnen

Kurzübung zur Strategiewahl

Bereite jede Gleichung gedanklich vor und notiere nur die passende Lösungsstrategie. Du musst noch nicht rechnen.

A. Welche Strategie passt?

a) $(x + 4)(x - 1)(x - 5) = 0$

Strategie: _____

b) $3x^3 + 6x^2 = 0$

Strategie: _____

c) $7x^4 - 112 = 0$

Strategie: _____

d) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

Strategie: _____

e) $4x^2 + 12x + 5 = 0$

Strategie: _____

f) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

Strategie: _____

B. Eine Gleichung vollständig vorbereiten

Bereite die Gleichung vor. Beschrifte jeden Umformungsschritt mit dem passenden Merkmal.

$$5 + 3x(x - 2) = x^2 - 7$$

Lösung zu A: passende Strategie

a) Fertiges Produkt gleich null

Satz vom Nullprodukt

b) Gemeinsamer Faktor x^2

Ausklammern + Nullprodukt

c) Nur die Potenz x^4

Umformen und Wurzel

d) Exponenten 4 und 2 sowie reine Zahl

Substitutionsmethode

e) Vollständig quadratische Gleichung: x^2 , x und reine Zahl

pq-Formel / Mitternachtsformel

f) Grad 3, keine frühere Struktur

Polynomdivision / Horner-Schema

Lösung zu B: Gleichung vollständig vorbereiten

1. In die Form $\text{Term} = 0$ bringen:

$$\begin{aligned} 5 + 3x(x - 2) &= x^2 - 7 & | -x^2 + 7 \\ 5 + 3x(x - 2) - x^2 + 7 &= 0 \end{aligned}$$

2. Klammerfrei schreiben:

$$5 + 3x^2 - 6x - x^2 + 7 = 0$$

3. Vollständig zusammenfassen:

$$12 + 2x^2 - 6x = 0$$

4. Nach absteigenden Potenzen ordnen:

$$2x^2 - 6x + 12 = 0$$

Damit ist die Gleichung vollständig vorbereitet. Nun kann ihr Aufbau analysiert und die passende Lösungsstrategie ausgewählt werden.

Dein Ablauf bei jeder Gleichung

Vor-Vorarbeit $\rightarrow$ Vorarbeit $\rightarrow$ Lösungsstrategie durchführen $\rightarrow$ Lösungsmenge