

Definitionsbereich von Potenzfunktionen

Regeln verstehen – Beispiele anschauen – sicher anwenden

einfach mathe!

Worum geht es?

Der Definitionsbereich gibt an, welchen Zahlbereich man für x in eine Funktion einsetzen darf.

1. Was du wissen solltest

Grundsätzlich gilt

Oft gilt zuerst $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, also alle reellen Zahlen. Dann prüfen wir, ob es Einschränkungen gibt.

3 Funktionstypen mit Einschränkungen

Es gibt 3 Funktionstypen, die zu Einschränkungen führen können:

- 1 gebrochenrationale Funktionen
- 2 gerade Wurzelfunktionen
- 3 Logarithmusfunktionen



In diesem Lernzettel schauen wir uns besonders **Potenzfunktionen** an.

2. Merke bei Potenzfunktionen

Allgemeine Form

$$f(x) = a \cdot x^b$$

a = Vorfaktor (Konstante, $a \neq 0$)
 b = Exponent (meist ganze Zahl)

positiver Exponent

Wenn b eine positive ganze Zahl ist ($b > 0$), dann gilt:

$$\mathcal{D} = \mathbb{R}$$

Beispiel: $3x^2 \rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R}$

negativer Exponent

Wenn b eine negative ganze Zahl ist ($b < 0$), dann gilt:

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Beispiel: $x^{-4} = \frac{1}{x^4} \rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

3. Warum ist 0 dann verboten?

Erklärung

Bei einem negativen Exponenten kann man die Funktion als Bruch schreiben.

Beispiel: $a \cdot x^{-b} = \frac{a}{x^b}$. Dann steht x im Nenner. Da man nicht durch 0 teilen darf, muss $x = 0$ ausgeschlossen werden.

Merksatz

Erst auf den Exponenten schauen.

Positiv $\rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R}$. Negativ $\rightarrow$ Bruchschreibweise prüfen $\rightarrow x = 0$ ausschließen.

Beispiele Schritt für Schritt

So bestimmst du den Definitionsbereich bei Potenzfunktionen

einfach mathe!

Worum geht's?

Anhand von Beispielen siehst du, wie man den Definitionsbereich von Potenzfunktionen Schritt für Schritt bestimmt.

1. So gehst du vor

Schritte

- 1 Exponenten anschauen.
- 2 Prüfen: positiv oder negativ?
- 3 Bei negativem Exponenten in die Bruchschreibweise umwandeln.
- 4 Definitionsbereich angeben.

Beispiel 1

Bestimme den Definitionsbereich von

$$f(x) = 3x^2$$

Lösung Schritt für Schritt:

- 1 Exponent: 2
- 2 $2 > 0$, also positiver Exponent.
- 3 Es entsteht kein Nenner mit x .
- 4 Deshalb darf man jede reelle Zahl einsetzen.

Ergebnis

$$\mathcal{D} = \mathbb{R}$$

Beispiel 2

Bestimme den Definitionsbereich von

$$g(x) = x^{-4}$$

Lösung Schritt für Schritt:

- 1 Exponent: -4
- 2 $-4 < 0$, also negativer Exponent.
- 3 Umwandeln: $x^{-4} = \frac{1}{x^4}$
- 4 Jetzt steht x im Nenner.
- 5 Im Nenner darf nie 0 stehen.
- 6 Also gilt: $x \neq 0$

Ergebnis

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Tipp

Negative Exponenten sind oft das entscheidende Signal. Dann zuerst in die Bruchschreibweise umwandeln.

Merke

Bei Potenzfunktionen mit positivem ganzzahligen Exponenten ist meistens $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Bei negativem Exponenten muss $x = 0$ ausgeschlossen werden.

Definitionsbereich von Potenzfunktionen

Regeln verstehen – Beispiele anschauen – sicher anwenden

einfach mathe!

Übung mit genau diesen Beispielen

Entscheide jeweils: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ oder $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

A)

$$f(x) = 3x^{-6}$$

Schreibe die Funktion in Bruchschreibweise und bestimme den Definitionsbereich.

Lösung

$$f(x) = 3x^{-6} = \frac{3}{x^6}$$

negativer Exponent $\rightarrow x$ steht im Nenner
 $\rightarrow x \neq 0$

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

B)

$$f(x) = 2x^4$$

Bestimme den Definitionsbereich der Funktion.

Lösung

Exponent positiv $\rightarrow$ kein x im Nenner.

$$\mathcal{D} = \mathbb{R}$$

C)

$$f(x) = -x^5$$

Bestimme den Definitionsbereich der Funktion.

Lösung

Exponent positiv $\rightarrow$ kein x im Nenner.

$$\mathcal{D} = \mathbb{R}$$

D)

$$f(x) = x^{-2}$$

Schreibe die Funktion in Bruchschreibweise und bestimme den Definitionsbereich.

Lösung

$$f(x) = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

negativer Exponent $\rightarrow x$ steht im Nenner
 $\rightarrow x \neq 0$

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Merkhilfe

Entscheide zuerst, ob der Exponent positiv oder negativ ist.

Negativer Exponent? Dann in eine Bruchschreibweise umformen und 0 ausschließen.

Kurzfazit

Potenzfunktion mit positivem Exponenten $\rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Potenzfunktion mit negativem Exponenten $\rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.