

# Konfidenzintervalle verstehen

Von der Stichprobe zu einer sinnvollen Schätzung für die unbekannte Wahrscheinlichkeit

## DIE GRUNDIDEE IN EINEM SATZ

Eine Stichprobe liefert keinen exakten Wert, sondern einen glaubwürdigen Bereich für  $p$ .

$[ p_l ; p_r ]$

## 01 EIN ALLTAGSBEISPIEL

### UMFRAGE

Du fragst 200 Schülerinnen und Schüler. 118 sind für einen späteren Unterrichtsbeginn.

In der Stichprobe sind das  $118/200 = 0,59 = 59\%$ .

Aber: Hättest du andere 200 Personen gefragt, wäre vermutlich nicht genau 59 % herausgekommen.

### WAS WIR WIRKLICH SUCHEN

Gesucht ist  $p$ : der unbekannte Anteil aller Schülerinnen und Schüler, die dafür sind.

Das Konfidenzintervall gibt einen Bereich an, der aufgrund der Stichprobe für  $p$  plausibel ist.

Bei 95 % Konfidenz ergibt sich ungefähr: 52,2 % bis 65,8 %.



## 02 DAS LERNST DU AUF DIESEM LERNZETTEL

### 1 Grundbegriffe

$n$ ,  $k$ ,  $h$ ,  $p$  und Konfidenzniveau unterscheiden

### 2 Rechnen

Näherungsformel und exaktes GTR-Verfahren

### 3 Aufgaben

Interpretieren, prüfen, vergleichen und planen

## SO ARBEITEST DU MIT DIESEM LERNZETTEL

Du musst nicht alles auf einmal verstehen. Halte dich an das feste 5-Schritte-Schema auf Seite 5.

# Die fünf wichtigsten Größen

Wenn du diese Buchstaben auseinanderhältst, ist die Hälfte schon geschafft

## 03 DIE BEGRIFFE

| ZEICHEN  | BEDEUTUNG                        | FRAGE                                         | BEISPIEL      |
|----------|----------------------------------|-----------------------------------------------|---------------|
| n        | Stichprobenumfang                | Wie viele wurden untersucht?                  | n=200         |
| k        | Trefferzahl                      | Wie viele hatten das Merkmal?                 | k=118         |
| $h=k/n$  | relative Häufigkeit (oft $h_n$ ) | Beobachteter Anteil in der Stichprobe         | $h=0,59$      |
| p        | Wahrscheinlichkeit / Anteil      | Unbekannter wahrer Anteil der Grundgesamtheit | $p=?$         |
| $\gamma$ | Konfidenzniveau                  | Wie zuverlässig das Verfahren sein soll       | $\gamma=0,95$ |

### STICHPROBE UND GRUNDGESAMTHEIT

Stichprobe: die tatsächlich untersuchten Personen oder Gegenstände.

Grundgesamtheit: alle Personen oder Gegenstände, über die du etwas aussagen möchtest.

Die Stichprobe sollte zufällig und möglichst repräsentativ ausgewählt sein.

### DER WICHTIGSTE UNTERSCHIED

h kennst du nach der Untersuchung. h ist ein berechneter Wert.

p kennst du nicht. p ist der wahre Anteil, den du schätzen möchtest.

Das Intervall wird aus h berechnet und soll p abdecken.

### MERKSATZ

Stichprobe: h bekannt | Grundgesamtheit: p unbekannt

### MINI-CHECK

In einer Stichprobe von 500 Glühbirnen sind 35 defekt. Dann gilt:  $n=500$ ,  $k=35$ ,  $h=35/500=0,07$ . Der unbekannte Ausschussanteil der gesamten Produktion heißt p.

# Was bedeutet 95 % Konfidenz?

Die wichtigste Interpretation - und eine Formulierung, die du vermeiden solltest

## KORREKTE IDEE

Wenn wir sehr oft neue gleich große Stichproben ziehen und jedes Mal auf dieselbe Weise ein Intervall berechnen, enthalten langfristig etwa 95 % dieser Intervalle den wahren Wert  $p$ .

## 04 WARUM DAS SO GEMEINT IST

20 GEDACHTE STICHPROBEN - 19 INTERVALL TREFFEN  $p$ , EINES VERFEHLT  $p$   
wahrer Wert  $p$



## GUTE FORMULIERUNG

Der unbekannte Anteil  $p$  wird mit dem berechneten 95%-Konfidenzintervall geschätzt.

Das verwendete Verfahren besitzt langfristig eine Trefferquote von 95 %.

## VORSICHT MIT DIESEM SATZ

„ $p$  liegt mit 95 % Wahrscheinlichkeit in genau diesem fertigen Intervall.“

In der Schulmathematik wird dieser Satz oft geduldet, fachlich sauberer ist die Aussage über das Verfahren.

## FEHLERWAHRSCHEINLICHKEIT

$$\alpha = 1 - \gamma$$

Bei  $\gamma=0,95$  gilt  $\alpha=0,05$ . Beim zweiseitigen Intervall liegen je  $\alpha/2=0,025$  in den beiden Randbereichen.

# Prognose oder Konfidenz?

Beide Aufgaben sehen ähnlich aus, aber die gesuchte Größe ist eine andere

## 05 ENTSCHEIDUNGSFRAGE

Ist  $p$  gegeben oder ist  $p$  gesucht?

### PROGNOSEINTERVALL

$p$  ist gegeben.

Gesucht ist ein Bereich für eine künftig beobachtete Trefferzahl  $X$  oder relative Häufigkeit  $H$ .

Fragetyp: „In welchem Bereich wird die Anzahl mit 95 % Wahrscheinlichkeit liegen?“

Denke: bekannte Wahrscheinlichkeit  $\rightarrow$  mögliche Stichprobenergebnisse.

### KONFIDENZINTERVALL

Ein Stichprobenergebnis  $k$  beziehungsweise  $h$  ist gegeben.

Gesucht ist ein Bereich für die unbekannte Wahrscheinlichkeit  $p$ .

Fragetyp: „In welchem Bereich kann der wahre Anteil mit 95 % Konfidenz liegen?“

Denke: beobachtetes Ergebnis  $\rightarrow$  unbekannte Wahrscheinlichkeit.

### RICHTUNG

$p \rightarrow X$  oder  $H$

Bekanntes  $p$  wird nach vorne zur Stichprobe benutzt.

### RICHTUNG

$h \rightarrow p$

Beobachtetes  $h$  wird zurück auf  $p$  übertragen.

## 06 SIGNALWÖRTER

### PROGNOSE

erwartet, künftig, Trefferzahl, mindestens/höchstens

### KONFIDENZ

schätzen, unbekannter Anteil, aufgrund der Stichprobe

### PRÜFUNGSTIPP

Schreibe vor jeder Rechnung an den Rand: „gegeben“ und „gesucht“. Damit verhinderst du die häufigste Verwechslung.

# Das feste 5-Schritte-Schema

Näherungsverfahren für einen unbekannten Anteil  $p$

## DIE ZENTRALE FORMEL

$$I = [ h - c \cdot \sqrt{(h \cdot (1-h)/n)} ; h + c \cdot \sqrt{(h \cdot (1-h)/n)} ]$$

Dabei ist  $h=k/n$ . Der Ausdruck hinter  $\pm$  ist die Fehlerspanne  $E$ .

## 07 RECHENSHEMA

### 1 Gegebenes notieren

$n$ ,  $k$  und Konfidenzniveau  $\gamma$  aus dem Text herausschreiben.

### 2 Häufigkeit berechnen

$h=k/n$  berechnen. Noch nicht runden.

### 3 c-Wert wählen

90 %: 1,645 | 95 %: 1,96 | 99 %: 2,576

### 4 Fehlerspanne $E$

$E=c \cdot \sqrt{(h \cdot (1-h)/n)}$  vollständig in den GTR eingeben.

### 5 Intervall und Antwort

$[h-E; h+E]$  berechnen, sinnvoll runden und im Sachzusammenhang deuten.

## 08 DARF DIE NÄHERUNGSFORMEL BENUTZT WERDEN?

### SCHNELL-CHECK

$$n \cdot h \geq 5 \text{ und } n \cdot (1-h) \geq 5$$

Noch sicherer ist die Faustregel mit 10 statt 5.

### WENN NICHT

Bei kleinen Stichproben oder  $h$  nahe 0 beziehungsweise 1 kann die Näherung ungenau sein.

Dann das exakte GTR-Verfahren verwenden, falls es verlangt wird.

**Runde erst ganz am Ende. Zu frühes Runden verändert beide Intervallgrenzen.**

# Beispiel 1: 95%-Intervall berechnen

118 von 200 Befragten wünschen einen späteren Unterrichtsbeginn

**Aufgabe:** Bestimme mit der Näherungsformel ein 95%-Konfidenzintervall für den unbekannten Anteil  $p$ .

## 1 Gegeben

Werte aus dem Text

$$n=200$$

$$k=118$$

$$\gamma=0,95 \rightarrow c=1,96$$

## 2 Relative Häufigkeit

$$h=k/n$$

$$h=118/200$$

$$h=0,59$$

→ In der Stichprobe: 59 %

## 3 Fehlerspanne

Komplett in den GTR eingeben

$$E=1,96 \cdot \sqrt{(0,59 \cdot 0,41/200)}$$

$$E \approx 1,96 \cdot 0,034778$$

$$E \approx 0,068165$$

→ Fehlerspanne ca. 6,8 Prozentpunkte

## 4 Intervallgrenzen

$h-E$  und  $h+E$

$$p_l=0,59-0,068165$$

$$p_l \approx 0,521835$$

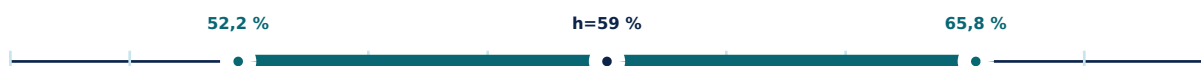
$$p_r=0,59+0,068165$$

$$p_r \approx 0,658165$$

## ERGEBNIS

$$I \approx [0,522 ; 0,658] = [52,2 \% ; 65,8 \%]$$

Die Intervallgrenzen werden sinnvoll gerundet; die Rechnung vorher bleibt ungerundet.



## ANTWORTSATZ

Mit einem Konfidenzniveau von 95 % liegt der unbekannte Anteil aller Schülerinnen und Schüler, die einen späteren Unterrichtsbeginn wünschen, ungefähr zwischen 52,2 % und 65,8 %.

# GTR-Anleitung für die Näherungsformel

Rechnerneutral: Die Namen der Menüs können je nach Modell leicht abweichen

## 09 VARIANTE A: DIREKT EINGEBEN

**1**

### Fehlerspanne berechnen

Beispiel  $n=200$ ,  $k=118$ ,  $c=1,96$

$h:=118/200$

$E:=1.96 \cdot \sqrt{h \cdot (1-h)/200}$

$E \approx 0.0681646$

$\text{untereGrenze}:=h-E$

$\text{obereGrenze}:=h+E$

Ungewöhnliches  $\gamma$ :  $\alpha:=1-\gamma$

$c:=\text{invNorm}(1-\alpha/2)=\text{invNorm}((1+\gamma)/2)$

## 10 VARIANTE B: MIT VARIABLEN

### SPEICHERE DIE WERTE

$N:=200$

$K:=118$

$C:=1.96$

$H:=K/N$

$E:=C \cdot \sqrt{H \cdot (1-H)/N}$

### LASS DIR AUSGEBEN

$H-E$

$H+E$

Kontrolle: Die Mitte des Intervalls muss H sein.

Kontrolle: Beide Grenzen müssen bei Anteilen zwischen 0 und 1 liegen.

## 11 TYPISCHE GTR-FEHLER

| FEHLER                    | SO IST ES RICHTIG                                             |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------|
| Klammern fehlen           | $\sqrt{h \cdot (1-h)/n}$ als einen gesamten Ausdruck eingeben |
| Prozent statt Dezimalzahl | 95 % Konfidenz bedeutet $\gamma=0,95$ ; c ist trotzdem 1,96   |
| Komma/Punkt               | Viele Rechner verlangen 0.59 statt 0,59                       |
| Zu früh gerundet          | h und E im Speicher lassen; erst die Grenzen runden           |

# Das exakte Konfidenzintervall mit dem GTR

Nur verwenden, wenn ‚exakt‘, ‚Binomialverteilung‘ oder ein kleines  $n$  ausdrücklich vorkommt

Beim exakten Verfahren wird nicht die Normalverteilung angenähert. Stattdessen werden die Intervallgrenzen direkt mit kumulierten Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmt.

## 12 DIE BEIDEN GLEICHUNGEN

### UNTERE GRENZE $p_l$

$$P_{pl}(X \geq k) = \alpha/2$$

GTR:  $1 - \text{binomCdf}(n, p_l, k-1) = \alpha/2$

### OBERE GRENZE $p_r$

$$P_{pr}(X \leq k) = \alpha/2$$

GTR:  $\text{binomCdf}(n, p_r, k) = \alpha/2$

## 13 SO FINDEST DU DIE NULLSTELLEN

**1**

### Funktionen eingeben

$Y_1 = 1 - \text{binomCdf}(n, x, k-1) - \alpha/2$  und  $Y_2 = \text{binomCdf}(n, x, k) - \alpha/2$ .

**2**

### Fenster wählen

$x$  liegt immer zwischen 0 und 1. Deshalb  $X_{\min} = 0$  und  $X_{\max} = 1$ .

**3**

### Nullstellen bestimmen

Nullstelle von  $Y_1$  ist  $p_l$ ; Nullstelle von  $Y_2$  ist  $p_r$ .

**4**

### Intervall notieren

$I = [p_l; p_r]$ , anschließend als Dezimalzahlen oder Prozentwerte deuten.

### WAS BEDEUTET binomCdf?

$\text{binomCdf}(n, p, k)$  berechnet  $P(X \leq k)$ , also die aufsummierte Wahrscheinlichkeit von 0 bis  $k$  Treffern.

Manche GTR nennen den Befehl Binomial CDF, Bcd oder kumulierte Binomialverteilung.

Wenn dein Rechner ein direktes ‚1-Prop-Intervall‘ anbietet, darfst du es nur nutzen, wenn die Lehrkraft dieses Verfahren erlaubt.

Randfälle  $k=0$  oder  $k=n$  werden gesondert behandelt; normale Schulaufgaben verwenden meist  $0 < k < n$ .

## Beispiel 2: Exaktes 95%-Intervall

In einer Stichprobe mit  $n=100$  treten  $k=62$  Erfolge auf

Gesucht ist das exakte zweiseitige 95%-Konfidenzintervall. Es gilt  $\alpha=0,05$  und  $\alpha/2=0,025$ .

1

### Untere Grenze

$P(X \geq 62) = 0,025$

$Y_1 = 1 - \text{binomCdf}(100, x, 61) - 0,025$   
Fenster:  $0 \leq x \leq 1$   
Nullstelle suchen  
 $p_l \approx 0,517461$   
→ **Untere Grenze ca. 51,7 %**

2

### Obere Grenze

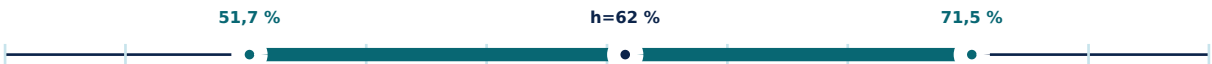
$P(X \leq 62) = 0,025$

$Y_2 = \text{binomCdf}(100, x, 62) - 0,025$   
Fenster:  $0 \leq x \leq 1$   
Nullstelle suchen  
 $p_r \approx 0,715233$   
→ **Obere Grenze ca. 71,5 %**

### EXAKTES ERGEBNIS

**$I_{\text{exakt}} \approx [0,517 ; 0,715]$**

Als Prozentintervall: ungefähr [51,7 %; 71,5 %].



### 14 VERGLEICH MIT DER NÄHERUNGSFORMEL

| VERFAHREN | INTERVALL     | EINORDNUNG                              |
|-----------|---------------|-----------------------------------------|
| Näherung  | [0,525;0,715] | schnell, aber bei kleinerem n ungenauer |
| Exakt     | [0,517;0,715] | binomialgenau, meist etwas breiter      |

Beide Verfahren beantworten dieselbe Frage, aber mit unterschiedlichen Rechenwegen. Verwende das in der Aufgabe verlangte Verfahren.

# Aufgabentyp: Eine Behauptung prüfen

Liegt ein behaupteter Anteil innerhalb oder außerhalb des Konfidenzintervalls?

Eine Schulleitung behauptet: ‚Mindestens 65 % sind zufrieden.‘ In einer Stichprobe von 250 Personen sind 145 zufrieden. Prüfe die Behauptung auf Grundlage eines 95%-Konfidenzintervalls.

## 1 Intervall berechnen

$n=250$ ,  $k=145$ ,  $h=0,58$

$$E = 1,96 \cdot \sqrt{(0,58 \cdot 0,42 / 250)}$$

$$E \approx 0,06118$$

$$I \approx [0,5188; 0,6412]$$

$$\rightarrow I \approx [51,9 \%; 64,1 \%]$$

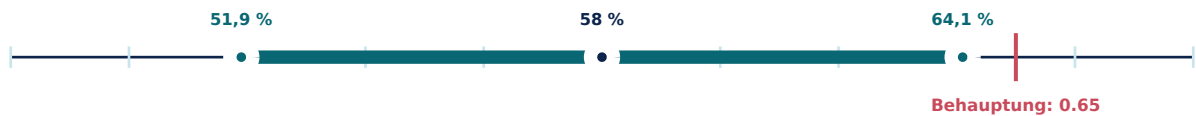
## 2 Behauptung einordnen

$p_0=0,65$  vergleichen

0,65 liegt nicht in I.

Sogar die obere Grenze 0,641 ist kleiner.

→ Die Behauptung wird durch die Stichprobe nicht gestützt.



## 15 SO FORMULIERST DU

### WERT LIEGT IM INTERVALL

Die Behauptung ist mit den Stichprobendaten vereinbar.  
Sie ist dadurch aber nicht bewiesen.

### WERT LIEGT AUSSERHALB

Die Behauptung ist mit den Stichprobendaten auf diesem Konfidenzniveau nicht vereinbar.  
Sie wird verworfen beziehungsweise nicht gestützt.

### ACHTUNG BEI ‚MINDESTENS‘

Die Behauptung  $p \geq 0,65$  verlangt, dass Werte ab 0,65 plausibel sind. Da das gesamte Intervall unter 0,65 endet, widersprechen die Daten der Behauptung. Schreibe nicht: ‚65 % sind unmöglich.‘

# Wovon hängt die Breite ab?

Drei Stellschrauben: Stichprobenumfang, Konfidenzniveau und Lage von  $h$

## 16 DIE FEHLERSPANNE

### FORMEL

$$E = c \cdot \sqrt{(h \cdot (1-h)/n)}$$

Das Intervall hat ungefähr die Breite  $2E$ .

#### 1 GRÖßERES $n$

$n$  steht unter der Wurzel im Nenner.

Größeres  $n \rightarrow$  kleineres  $E$ .

Das Intervall wird enger und die Schätzung genauer.

Vierfaches  $n$  halbiert  $E$  ungefähr.

#### 2 GRÖßERES $\gamma$

Mehr Sicherheit braucht einen größeren  $c$ -Wert.

Größeres  $c \rightarrow$  größeres  $E$ .

99 % liefert ein breiteres Intervall als 95 %.

Mehr Sicherheit kostet Genauigkeit.

#### 3 LAGE VON $h$

$h \cdot (1-h)$  ist bei  $h=0,5$  am größten.

Nahe 50 % wird das Intervall am breitesten.

Nahe 0 oder 1 wird es rechnerisch schmaler.

Dort kann die Näherung aber schlechter sein.

## 17 90 %, 95 % UND 99 % VERGLEICHEN

| NIVEAU $\gamma$ | c-WERT | INTERVALL       | BEDEUTUNG            |
|-----------------|--------|-----------------|----------------------|
| 90 %            | 1,645  | schmäler        | weniger Sicherheit   |
| 95 %            | 1.960  | mittlere Breite | häufigster Schulwert |

### TYPISCHE BEGRÜNDUNGSAUFGABE

„Ein 99%-Intervall ist breiter als ein 95%-Intervall, weil für die höhere Sicherheit ein größerer  $c$ -Wert verwendet wird. Dadurch wächst die Fehlerspanne  $E$ .“

**Merke:** Enger ist genauer. Breiter ist sicherer. Beides gleichzeitig erreichst du nur mit einem größeren  $n$ .

# Aufgabentyp: Stichprobenumfang planen

Wie groß muss  $n$  sein, damit die Fehlerspanne höchstens  $E$  beträgt?

## NACH $n$ AUFGELÖST

$$n \geq c^2 \cdot p^* \cdot (1-p^*) / E^2$$

$p^*$  ist ein Vorwissen oder eine sinnvolle Schätzung für  $p$ . Am Ende immer aufrunden!

## 18 BEISPIEL MIT VORWISSEN

### 1 Aufgabe

95 %, höchstens  $\pm 3$  Prozentpunkte

$$\gamma = 0,95 \rightarrow c = 1,96$$

$$E = 0,03$$

Vorwissen:  $p^* \approx 0,60$

Gesucht: kleinstes ganzzahliges  $n$

### 2 Einsetzen

$n$  muss groß genug sein

$$n \geq 1,96^2 \cdot 0,60 \cdot 0,40 / 0,03^2$$

$$n \geq 1024,426...$$

$$\rightarrow n \geq 1025$$

Mindestens 1025 Personen befragen.

## 19 WENN KEIN VORWISSEN GEGEBEN IST

### SICHERE WAHL

Setze  $p^* = 0,5$ .

Dann ist  $p^*(1-p^*) = 0,25$  maximal.

So planst du vorsichtig für den ungünstigsten Fall.

### 3 Ohne Vorwissen

$E = 0,03$  und  $\gamma = 0,95$

$$n \geq 1,96^2 \cdot 0,25 / 0,03^2$$

$$n \geq 1067,111...$$

$$\rightarrow n \geq 1068$$

## 20 WARUM AUFRUNDEN?

$n = 1024$  wäre kleiner als der berechnete Mindestwert 1024,426. Die geforderte Genauigkeit wäre nicht garantiert. Deshalb immer zur nächsten ganzen Zahl aufrunden.

**Achtung:  $\pm 3$  Prozentpunkte bedeutet  $E = 0,03$  - nicht  $E = 3$ .**

# Weitere typische Aufgabentypen

Hochrechnen auf eine Grundgesamtheit und ein Konfidenzniveau erkennen

## 21 A ANZAHL IN DER GRUNDGESAMTHEIT SCHÄTZEN

Von  $n=320$  Befragten stimmen  $k=176$  zu. Die Grundgesamtheit umfasst  $N=12\,000$  Personen. Schätze die Anzahl der Zustimmungen mit 95 % Konfidenz.

### 1 Anteil schätzen

$$h=176/320=0,55$$

$$E=1,96 \cdot \sqrt{(0,55 \cdot 0,45/320)}$$

$$E \approx 0,05451$$

$$I \approx [0,49549; 0,60451]$$

→ 49,5 % bis 60,5 %

### 2 In Anzahlen umrechnen

Beide Grenzen mit  $N$  multiplizieren

$$0,49549 \cdot 12000 \approx 5945,9$$

$$0,60451 \cdot 12000 \approx 7254,1$$

→ ungefähr 5946 bis 7254 Personen

## 22 B KONFIDENZNIVEAU ERKENNEN

Gegeben sind  $n=400$ ,  $h=0,60$  und das Intervall  $[0,552; 0,648]$ . Welches der üblichen Konfidenzniveaus wurde verwendet?

### 3 Fehlerspanne ablesen

Abstand von  $h$  zur Grenze

$$E=0,648-0,60$$

$$E=0,048$$

$$\text{Kontrolle: } 0,60-0,552=0,048$$

### 4 $c$ berechnen

$$E=c \cdot \sqrt{(h \cdot (1-h)/n)}$$

$$c=E/\sqrt{(0,60 \cdot 0,40/400)}$$

$$c \approx 1,96$$

→ Konfidenzniveau ungefähr 95 %

Bei Hochrechnungen nur sinnvoll runden: Personenanzahlen sind ganze Zahlen. Schreibe zusätzlich ‚ungefähr‘.

# Übungsaufgaben wie in der Schule

Versuche zuerst selbst zu erkennen, welcher Aufgabentyp vorliegt

## 23 AUFGABEN

### 1 Intervall berechnen

Bei 150 zufällig ausgewählten Jugendlichen nutzen 87 täglich eine Lern-App. Bestimme mit der Näherungsformel ein 95%-Konfidenzintervall für  $p$ .

### 2 Anderes Niveau

In einer Stichprobe mit  $n=80$  treten  $k=52$  Erfolge auf. Bestimme ein 90%-Konfidenzintervall mit der Näherungsformel.

### 3 Behauptung prüfen

Für eine Stichprobe wurde  $I=[0,519;0,641]$  bestimmt. Ein Anbieter behauptet  $p=0,65$ . Beurteile die Behauptung.

### 4 Intervalle vergleichen

Erkläre ohne Rechnung, wie sich das Intervall verändert, wenn bei gleichem  $n$  und  $h$  statt 95 % nun 99 % Konfidenz verlangt werden.

### 5 Stichprobengröße

Wie groß muss eine Stichprobe mindestens sein, wenn ein 95%-Intervall höchstens die Fehlerspanne  $E=0,04$  haben soll und kein Vorwissen über  $p$  vorliegt?

### 6 Hochrechnung

Von  $n=320$  Befragten stimmen  $k=176$  zu. Die Grundgesamtheit umfasst 12 000 Personen. Nutze das 95%-Intervall, um die Anzahl der Zustimmenden zu schätzen.

## DEIN KLAUSUR-CHECK

Hast du gegeben/gesucht notiert, das passende Verfahren gewählt, erst am Ende gerundet und einen Antwortsatz im Sachzusammenhang geschrieben?

# Lösungen zu den Übungsaufgaben

Vergleiche nicht nur das Ergebnis, sondern auch deine Zwischenschritte

## 24 KURZLÖSUNGEN MIT RECHENWEG

### 1 95%-Intervall

$$h=87/150=0,58$$

$$E=1,96 \cdot \sqrt{(0,58 \cdot 0,42/150)} \approx 0,07899$$

$$I \approx [0,501; 0,659]$$

Also ungefähr 50,1 % bis 65,9 %.

### 2 90%-Intervall

$$h=52/80=0,65; c=1,645$$

$$E \approx 0,08772$$

$$I \approx [0,562; 0,738]$$

Also ungefähr 56,2 % bis 73,8 %.

### 3 Behauptung

0,65 liegt oberhalb der Grenze 0,641.

Die Behauptung ist mit dem Intervall nicht vereinbar.

Sie wird durch die Stichprobe nicht gestützt.

### 4 Vergleich

Für 99 % ist c größer.

Dadurch wird E größer und das Intervall breiter.

Mehr Sicherheit bedeutet hier weniger Genauigkeit.

### 5 Mindestumfang

Ohne Vorwissen:  $p^*=0,5$

$$n \geq 1,96^2 \cdot 0,25/0,04^2$$

$$n \geq 600,25$$

Aufrunden: mindestens  $n=601$ .

### 6 Hochrechnung

$$95\text{-}\% \text{-Intervall: } [0,49549; 0,60451]$$

$$0,49549 \cdot 12000 \approx 5946$$

$$0,60451 \cdot 12000 \approx 7254$$

Ungefähr 5946 bis 7254 Personen.

## DIE FÜNF FRAGEN VOR DER ABGABE

1. Was ist gesucht? 2. Näherung oder exakt? 3. Stimmt der c-Wert? 4. Erst am Ende gerundet? 5. Antwortsatz mit Einheit beziehungsweise Prozentangabe?