

Additions- und Subtraktionsverfahren

Lineare Gleichungssysteme Schritt für Schritt lösen

einfach mathe!

Worum geht es?

Beim Additions- bzw. Subtraktionsverfahren formst du die Gleichungen so um, dass beim anschließenden Addieren oder Subtrahieren **eine Variable vollständig wegfällt**. Danach bleibt nur noch eine Gleichung mit einer Unbekannten übrig.

1. Wann ist das Verfahren sinnvoll?

Sehr gut geeignet

Wenn sich durch Addieren oder Subtrahieren schon direkt eine Variable beseitigen lässt.

Auch sinnvoll

Wenn du durch Multiplizieren oder Dividieren leicht passende Zahlen vor einer Variablen herstellen kannst.

Eher unpraktisch

Wenn dafür viele komplizierte Brüche entstehen würden.

2. Was bedeutet „Koeffizient“?

Ein **Koeffizient** ist die Zahl, die direkt vor einer Variablen steht. Sie sagt, mit welcher Zahl die Variable multipliziert wird.

$2x$ → Koeffizient von x ist 2
 $-3y$ → Koeffizient von y ist -3

x bedeutet $1x$ → Koeffizient 1
 $-y$ bedeutet $-1y$ → Koeffizient -1

3. Der wichtigste Gedanke

Wenn nötig, multiplizierst du eine oder beide Gleichungen mit einer Zahl oder dividierst durch eine Zahl. Dabei muss immer **die komplette Gleichung** verändert werden: jeder Term links und auch die Zahl rechts.

Ziel: Vor einer Variablen sollen passende Koeffizienten stehen.

Addition: Du brauchst **Gegenzahlen**, z. B. $+2y$ und $-2y$. Dann gilt $2y + (-2y) = 0y = 0$ und y fällt weg.

Subtraktion: Du brauchst **gleiche Koeffizienten**, z. B. $3x$ und $3x$. Dann gilt $3x - 3x = 0x = 0$ und x fällt weg.

4. So gehst du vor

- 1 Wenn nötig Gleichung(en) mit einer Zahl multiplizieren oder durch eine Zahl dividieren.
- 2 Addieren bzw. subtrahieren.
- 3 Neue Gleichung lösen.
- 4 Lösung in eine ursprüngliche Gleichung einsetzen und die andere Variable ausrechnen.
- 5 Lösungsmenge angeben.

Merke

Bei **Addition** brauchst du Gegenzahlen. Bei **Subtraktion** brauchst du gleiche Koeffizienten. Genau dadurch wird eine Variable zu 0.

Additions- und Subtraktionsverfahren

Beispiel 1 - Addition

einfach mathe!

5. Beispiel 1 komplett vorgerechnet

Gegeben ist das LGS:

$$\text{I} \quad x + y = 4$$

$$\text{II} \quad x - 2y = 1$$

Wir wollen **addieren**. Dafür sollen vor y Gegenzahlen stehen. Aus +y machen wir deshalb +2y: Wir multiplizieren Gleichung I mit 2.

1 Wenn nötig multiplizieren

$$\text{I} \cdot 2: \quad 2x + 2y = 8$$

$$\text{II}: \quad x - 2y = 1$$

Jetzt stehen vor y die Koeffizienten +2 und -2. Das sind Gegenzahlen - perfekt für die Addition.

2 Addieren

Wenn du I + II rechnest, addierst du immer die passenden Teile beider Gleichungen:

$$\text{x-Terme:} \quad 2x + x = 3x$$

$$\text{y-Terme:} \quad 2y + (-2y) = 0y = 0 \rightarrow \text{y fällt weg}$$

$$\text{Ergebnisse:} \quad 8 + 1 = 9$$

$$(2x + 2y) + (x - 2y) = 8 + 1$$

$$3x = 9$$

3 Neue Gleichung lösen

$$3x = 9 \quad | :3$$

$$x = 3$$

4 In ursprüngliche Gleichung einsetzen und y berechnen

$$\text{I: } x + y = 4$$

$$3 + y = 4 \quad | -3$$

$$y = 1$$

5 Lösungsmenge angeben

$$L = \{3; 1\}$$

Warum klappt das? Durch die Gegenzahlen +2y und -2y wird beim Addieren aus den y-Termen genau 0. So bleibt nur noch x übrig.

Additions- und Subtraktionsverfahren

Beispiel 2 - Subtraktion

einfach mathe!

6. Beispiel 2 komplett vorgerechnet

Gegeben ist das LGS:

$$\text{I} \quad x + y = 5$$

$$\text{II} \quad 4x + 2y = 22$$

Wir wollen **subtrahieren**. Dafür sollen vor einer Variablen gleiche Koeffizienten stehen. Wir multiplizieren Gleichung I mit 2, damit vor y in beiden Gleichungen 2y steht.

1 Wenn nötig multiplizieren

$$\text{I} \cdot 2: \quad 2x + 2y = 10$$

$$\text{II}: \quad 4x + 2y = 22$$

Jetzt haben beide Gleichungen beim y-Term denselben Koeffizienten 2. Beim Subtrahieren kann y deshalb verschwinden.

2 Subtrahieren

Wir rechnen $\text{II} - (\text{I} \cdot 2)$. Dabei wird jeweils der entsprechende Teil der ersten Gleichung von der zweiten abgezogen:

$$\text{x-Terme:} \quad 4x - 2x = 2x$$

$$\text{y-Terme:} \quad 2y - 2y = 0y = 0 \rightarrow \text{y fällt weg}$$

$$\text{Ergebnisse:} \quad 22 - 10 = 12$$

$$(4x + 2y) - (2x + 2y) = 22 - 10$$

$$2x = 12$$

3 Neue Gleichung lösen

$$2x = 12 \quad | :2$$

$$x = 6$$

4 In ursprüngliche Gleichung einsetzen und y berechnen

$$\text{I:} \quad x + y = 5$$

$$6 + y = 5 \quad | -6$$

$$y = -1$$

5 Lösungsmenge angeben

$$L = \{6; -1\}$$

Unterschied **Addition:** Gegenzahlen herstellen. **Subtraktion:** gleiche Koeffizienten herstellen. In beiden Fällen ist das Ziel gleich: Eine Variable soll zu 0 werden.