

Definitionsbereich gebrochenrationaler Funktionen

Welche x-Werte darf ich einsetzen?

einfach mathe!

Warum geht es?

Der Definitionsbereich ist der Zahlbereich, den man für x einsetzen darf. Der Funktionsterm muss für diese x-Werte definiert sein.

1. Grundlagen

Gebrochenrationale Funktionen

Eine gebrochenrationale Funktion hat die Form

$$f(x) = \frac{Z(x)}{N(x)} = Z(x) : N(x)$$

$Z(x)$ = Zähler

$N(x)$ = Nenner

Wenn $N(x) = 0$, würde man durch 0 teilen. Das ist nicht erlaubt.

Deshalb berechnet man mit $N(x) = 0$ die Ausnahmen, also die x-Werte, die man nicht einsetzen darf. Diese x-Werte sind die **Nullstellen des Nenners**.



Wichtige Regel

Der Nenner darf nicht 0 sein!

Alle x-Werte, die den Nenner zu 0 machen, sind nicht erlaubt.

2. So gehst du immer vor

- 1 Nenner bestimmen.
- 2 $N(x) = 0$ setzen und die Nullstellen des Nenners berechnen.
- 3 Diese x-Werte sind Ausnahmen und dürfen nicht eingesetzt werden.
- 4 Definitionsbereich in Intervallschreibweise oder Mengenschreibweise angeben.

Schreibweisen für den Definitionsbereich

Intervallschreibweise

alle reellen Zahlen	$\mathbb{R}$
alle reellen Zahlen außer a	$\mathbb{R} \setminus \{a\}$
Intervall von a bis b (ohne b)	$[a ; b)$
Intervall von a bis b (ohne a)	$(a ; b]$
offenes Intervall	$(a ; b)$
ab a (ohne a)	$(a ; \infty)$
bis b (ohne b)	$(-\infty ; b)$

Mengenschreibweise

alle reellen Zahlen	$\{x \in \mathbb{R}\}$
alle reellen Zahlen außer a	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq a\}$
Intervall von a bis b (ohne b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$
Intervall von a bis b (ohne a)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$
offenes Intervall	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
ab a (ohne a)	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$
bis b (ohne b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$

Definitionsbereich gebrochenrationaler Funktionen

Beispiele zum Nachmachen - häufige Fälle

einfach mathe!

3. Beispiele komplett vorgerechnet

Beispiel 1

$$f(x) = \frac{1}{x+2}$$

- 1 Nenner gleich 0 setzen: $x + 2 = 0$
- 2 Nullstellen des Nenners berechnen: $x = -2$
- 3 $x = -2$ ist eine **Ausnahme** und darf nicht eingesetzt werden.
- 4 Definitionsbereich angeben:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2\}$$

Beispiel 2

$$f(x) = \frac{2}{x^2 + 9}$$

- 1 Nenner gleich 0 setzen: $x^2 + 9 = 0$
- 2 Nullstellen des Nenners berechnen: $x^2 = -9 \rightarrow$ keine reelle Lösung
- 3 Es gibt keine reellen Nullstellen des Nenners. Deshalb gibt es **keine Ausnahme**.
- 4 Definitionsbereich angeben:

$$D = \mathbb{R}$$
$$D = \{x \in \mathbb{R}\}$$

Beispiel 3

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$$

- 1 Nenner gleich 0 setzen: $x^2 - 4 = 0$
- 2 Nullstellen des Nenners berechnen: $x^2 = 4 \rightarrow x = -2$ oder $x = 2$
- 3 $x = -2$ und $x = 2$ sind Ausnahmen und dürfen nicht eingesetzt werden.
- 4 Definitionsbereich angeben:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$$
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2 \text{ und } x \neq 2\}$$

4. Schnellcheck: Das musst du dir merken



- Definitionsbereich = Zahlbereich, den man für x einsetzen darf.
- Nur der Nenner ist für den Definitionsbereich entscheidend.
- Mit $N(x) = 0$ berechnet man die Ausnahmen (Nullstellen des Nenners).
- Diese Ausnahmen dürfen nicht eingesetzt werden.
- Danach den Definitionsbereich angeben.

Erst
 $N(x) = 0$,
dann
Ausnahmen
ausschließen!